http://journal.lppmunindra.ac.id/index.php/jkpm/
ISSN 2477-2682 (Electronic)
ISSN 2477-2348 (Print)

Jkpm Jurnal Kajian Pendidikan Matematika

Literature Review

Advanced Mathematical Thinking dalam Pembelajaran Matematika Tingkat Lanjut

Andri Suryana[1] & Seruni[2]
Universitas Indraprasta PGRI

INFO ARTICLES

Article History:

Received: 07-11-2019
Revised: 02-12-2019
Approved: 04-12-2019
Publish Online: 24-12-2019

KeyWords:

Advanced mathematical thinking, representation, abstraction, creative thinking, proof

Abstract: *Students' Advanced Mathematical Thinking in advanced mathematics courses are still relatively low. It happened because the lecturer did not allow the opportunities for students to construct their own mathematical concepts and they were still lack in mastering concepts of prerequisite courses. The lecturer is expected to provide opportunities for students to be active in learning and be able to construct their own advanced mathematical concepts through the implementation of innovative learning based on constructivism to improve students' Advanced Mathematical Thinking in advanced mathematics courses. The purpose of this literature study is to find out about advanced mathematical thinking and its components (representation, abstraction, creative thinking, and proof) in advanced mathematics learning and how to develop it.*

Abstrak: *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa pada mata kuliah matematika tingkat lanjut masih tergolong rendah. Hal ini terjadi karenadosen kurangmemberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk dapat mengonstruksi sendiri konsep matematika dan mahasiswa masih lemah dalam menguasai konsep pada mata kuliah prasyarat.Untuk menumbuhkembangkan*Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa pada mata kuliah matematika tingkat lanjut, dosen diharapkan dapat memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk aktif dalam pembelajaran dandapat mengonstruksi sendiri konsep matematika tingkat lanjutmelalui implementasi pembelajaran inovatif yang berlandaskan konstruktivisme. Adapun tujuan dari kajian pustaka ini adalah untuk mengetahui lebih jauh terkait*Advanced Mathematical Thinking*dan komponennya (representasi, abstraksi, berpikir kreatif, dan pembuktian) dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut beserta cara menumbuhkembangkannya.

Correspondence Address:*Jln. Nangka No. 58C Tanjung Barat, Jagakarsa; e-mail: andrisuryana21@gmail.com

How to Cite (APA 6th Style): Suryana, A., & Seruni. (2019). *Advanced Mathematical Thinking* dalam Pembelajaran Matematika Tingkat Lanjut. *JKPM* (*Jurnal Kajian Pendidikan Matematika*), 5(1): 15-28.

Competing Interests Disclosures: The authors declare that they have no significant competing financial, professional or personal interests that might have influenced the performance or presentation of the work described in this manuscript.

PENDAHULUAN

Materi matematika di perguruan tinggi umumnya lebih kompleks daripada matematika tingkat sekolah. Hal ini dikarenakan, materi yang diberikan lebih bersifat abstrak. Oleh karena itu, mahasiswa program studi matematika dan pendidikan matematika diharapkan dapat mengonstruksi dan menemukan sendiri definisi/konsep matematika, membuktikan secara logis, serta dapat mengembangkan kemampuan matematisnya lebih jauh. Hal ini sangat penting bagi mahasiswa dalam menyelesaikan tugas-tugas perkuliahan matematika, khususnya mata kuliah matematika tingkat lanjut (Sumarmo, 2011). Untuk merealisasikan hal tersebut, kemampuan berpikir matematis mahasiswa harus dikembangkan dan dikaitkan dengan proses berpikir matematikawan agar terbentuk *Advanced Mathematical Thinking* yang lebih berfokus pada definisi formal, deduksi logis, dan berpikir kreatif (Tall, 2002).

Advanced Mathematical Thinking merupakan kemampuan matematis mahasiswa yang meliputi representasi, abstraksi, berpikir kreatif, serta pembuktian matematis (Tall, 2002; Sumarmo, 2011; dan Suryana, 2016). Namun, berbagai studi menunjukkan bahwa *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa masih tergolong rendah (Davis dalam Tall, 2002; Arnawa, *et al*., 2006; Kusnandi, 2008; Isnarto, *et al*., 2014; Samparadja, *et al.*, 2014; Herlina, 2015; dan Suryana, 2016). Hasil studi yang dilakukan oleh Davis (Tall, 2002) menyimpulkan bahwa mahasiswa tidak mampu menyelesaikan soal yang membutuhkan ide-ide kreatif. Sementara itu, Arnawa, *et al*. (2006); Kusnandi (2008); Isnarto, *et al.* (2014); dan Samparadja, *et al*. (2014) dalam studinya menyatakan bahwa mahasiswa kesulitan dalam mengkonstruksi bukti matematis, terutama dalam mengawali proses pembuktian dan mengaitkan antara konsep yang dimiliki dengan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan. Selain itu, rendahnya *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa juga diungkapkan oleh Herlina (2015) dan Suryana (2016) dalam studinya bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep dalam bentuk notasi matematika, membuktikan, mengaitkan antar konsep, dan menggeneralisasi, serta menghasilkan ide-ide kreatif dalam menyelesaikan permasalahan matematika.

Secara umum, hasil studi tersebut menyimpulkan bahwa *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa pada pembelajaran matematika tingkat lanjut masih tergolong rendah. Berkaitan dengan rendahnya *Advanced Mathematical Thinking*, salah satu penyebabnya adalah dosen masih terbiasa mengajar secara prosedural dan akan membenarkan jawaban mahasiswa jika mengikuti prosedur tersebut (Tall, 2002). Selain itu, Suryana (2014) menambahkan bahwa penyebab rendahnya *Advanced Mathematical Thinking* adalah dosen kurang memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk dapat mengkonstruksi sendiri konsep matematika dan mahasiswa masih lemah dalam menguasai konsep pada mata kuliah prasyarat.

Untuk menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa pada mata kuliah matematika tingkat lanjut, dosen diharapkan dapat memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk aktif dalam pembelajaran dan dapat mengkonstruksi sendiri konsep matematika tingkat lanjutyang dipelajari. Pengetahuan yang diperoleh melalui proses konstruksi, baik secara individu maupun berkolaborasi dengan orang lain, akan lebih bermakna daripada pengetahuan yang diperoleh langsung dari dosen. Oleh karena itu, dibutuhkan pembelajaran inovatif yang berdasarkan konstruktivisme untuk menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking*.

Untuk mengetahui lebih jauh terkait *Advanced Mathematical Thinking* dalam mata kuliah matematika tingkat lanjut beserta cara menumbuhkembangkannya, maka penulis mencoba mengkonstruksi teori *Advanced Mathematical Thinking* berdasarkan kajian pustaka, meliputi definisi *Advanced Mathematical Thinking*, komponen *Advanced Mathematical Thinking* beserta indikatornya, instrumen, dan rubrik penilaian dari *Advanced Mathematical Thinking*, serta menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking*.

PEMBAHASAN

1. Definisi *Advanced Mathematical Thinking*

Definisi*Advanced Mathematical Thinking* kadangkala tertukar dengan definisi berpikir matematis tingkat tinggi (*Higher-Order Mathematical Thinking*). Menurut Sumarmo (2011), perbedaannya dapat ditinjau dari proses yang berlangsung, yaitu proses berpikir matematis tingkat tinggi ditemukan pada proses *Advanced Mathematical Thinking* dalam beberapa kondisi, misalnya, keduanya memuat proses kognitif yang tidak sederhana. Namun, terdapat proses *Advanced Mathematical Thinking* yang tidak berlangsung dalam proses berpikir matematis tingkat tinggi.

Sebagai contoh,jika dilihat perbandingannya, yaitu *Advanced Mathematical Thinking* dibandingkan dengan *Elementary Mathematical Thinking* dan berpikir matematis tingkat tinggi dibandingkan dengan berpikir matematis tingkat rendah, proses perpindahan dari *Elementary Mathematical Thinking* ke *Advanced Mathematical Thinking* memuat transisi dari melukiskan ke mendefinisikan, serta dari meyakinkan kemembuktikan secara logis. Lain halnya dengan proses perpindahan dari berpikir matematis tingkat rendah ke berpikir matematis tingkat tinggi, tidak terjadi transisi seperti yang dialami oleh *Elementary Mathematical Thinking* ke *Advanced Mathematical Thinking*. Hal ini dikarenakan, proses yang terjadi hanyalah proses sederhana yang algoritmik atau prosedural ke proses menyadari tindakan yang dilaksanakan atau dari pencapaian pengetahuan hafalan ke pengetahuan yang bermakna. *Advanced Mathematical Thinking* merupakan kemampuan berpikir matematis terkait dengan proses berpikir matematikawan yang lebih berfokus pada definisi formal, deduksi logis, dan berpikir kreatif (Tall, 2002).

Dreyfus (Tall, 2002) menyatakan bahwa *Advanced Mathematical Thinking* merupakan proses berpikir matematis yang meliputi proses representasi, abstraksi, serta hubungan antara representasi dan abstraksi. Ervynck (Tall, 2002) menegaskan bahwa berpikir kreatif memiliki peranan penting dalam proses *Advanced Mathematical Thinking*. Berpikir kreatif memiliki kontribusi penting dalam proses deduksi/pembuktian. Dalam proses deduksi, dibutuhkan ide-ide kreatif berdasarkan pengalaman dalam konteks matematika. Selanjutnya, Harel & Sowder (Gutierrez, 2006) mendefinisikan *Advanced Mathematical Thinking* sebagai proses berpikir matematis meliputi proses representasi, abstraksi, hubungan antara representasi dan abstraksi, kreativitas, serta bukti matematis. Hal senada juga diungkapkan oleh Sumarmo (2011) bahwa *Advanced Mathematical Thinking* merupakan kemampuan yang meliputi representasi, abstraksi, menghubungkan representasi dan abstraksi, berpikir kreatif matematis, serta membuktikan matematis.

Lebih lanjut, Sumarmo (2011) mengatakan bahwa pengembangan kemampuan *Advanced Mathematical Thinking* lebih ditekankan untuk mahasiswa, khususnya untuk mata kuliah matematika tingkat lanjut, namun dalam beberapa kasus, proses *Advanced Mathematical Thinking* telah diperkenalkan pada siswa sekolah menengah. Mata kuliah matematika tingkat lanjut yang dimaksud menurut Tall (2002) meliputi struktur aljabar, analisis real, teori peluang, dan statistika teori (Statistika Matematika). Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan, *Advanced Mathematical Thinking* dapat didefinisikan sebagai kemampuan matematis yang meliputi representasi, abstraksi, berpikir kreatif, serta pembuktian matematis.

2. Komponen *Advanced Mathematical Thinking* beserta Indikatornya

Komponen *Advanced Mathematical Thinking* meliputi representasi, abstraksi, berpikir kreatif, dan pembuktian matematis. Adapun uraiannya adalah sebagai berikut:

a. Representasi Matematis beserta Indikatornya

Representasi merupakan penyajian permasalahan dalam bentuk baru. Hal ini sesuai dengan apa yang diungkapkan oleh Baroody & Niskayuna (Suryana, 2016) bahwa representasi merupakan bentuk baru dari hasil translasi model fisik. Bentuk baru yang diungkapkan oleh Baroody & Niskayuna diperjelas oleh

Goldin (2002) dan Hudiono (2005) bahwa representasi merupakan bentuk penyajian permasalahan dalam beragam cara untuk membantu mahasiswa dalam memahami, mengomunikasikan, dan mengoneksikan konsep matematika. Selanjutnya, Ruseffendi (2006) dan Hwang, *et al*. (2007) menegaskan bahwa representasi merupakan bentuk penyajian lain berupa simbol, kata-kata, atau diagram.

Representasi matematis menurut Lesh, Post, dan Behr (Hwang, *et. al*., 2007) terbagi ke dalam lima bagian, yaitu representasi objek nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmatika, representasi bahasa/verbal, serta representasi gambar/grafik. Dari kelima bagian tersebut, tiga bagian diantaranya merupakan tingkat representasi yang lebih tinggi dan lebih abstrak dalam memecahkan masalah matematis, yaitu: (1) representasi simbol aritmatika, yaitu aktivitas menjelaskan masalah matematis ke dalam bentuk rumus/formula aritmatika; (2) representasi bahasa/verbal, yaitu aktivitas menjelaskan masalah matematis ke dalam bentuk verbal/bahasa; serta (3) representasi gambar/grafik, yaitu aktivitas menjelaskan masalah matematis ke dalam bentuk gambar/ grafik.

Sumarmo (2011) mengukur representasi matematis melalui indikator: (1) kemampuan memberikan contoh (*specimen, example*) dan non-contoh, serta gambaran atau ilustrasi (*image*); (2) menerjemahkan pernyataan atau masalah matematis ke dalam bentuk lainnya (*switching representation* atau *translating*); serta (3) kemampuan membuat model matematis dari objek atau proses matematis. Sementara itu, Mudzakir (2006), Nurhayati (2013), dan Mulyati (2013) dalam studinya mengukur representasi matematis melalui indikator: (1) menggunakan representasi visual berupa diagram, grafik, tabel, dan gambar; (2) membuat persamaan/model matematika dari representasi lain; serta (3) menyusun cerita atau menulis interpretasi yang sesuai. Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan, representasi matematis dapat didefinisikan sebagai kemampuan matematis dalam menyajikan permasalahan ke bentuk lain. Dalam hal ini, indikator yang digunakan adalah menyajikan permasalahan dalam bentuk lain.

b. Abstraksi Matematis beserta Indikatornya

Abstraksi diartikan sebagai proses penggambaran keadaan tertentu ke dalam suatu konsep melalui sebuah konstruksi (Tall, 2002). Proses abstraksi ternyata memiliki kaitan dengan representasi. Hal ini diungkapkan oleh Dreyfus (Tall, 2002) bahwa abstraksi dan representasi merupakan dua proses yang saling melengkapi. Konsep matematika seringkali diabstraksikan dari beberapa bentuk representasinya. Begitu pun sebaliknya, bentuk representasi seringkali diungkapkan pula dari beberapa konsep matematika yang lebih abstrak. Abstraksi di dalam matematika didefinisikan sebagai suatu proses untuk memperoleh intisari dari konsep matematika serta menghilangkan kebergantungan dengan objek-objek dunia nyata yang pada awalnya mungkin saling terkait (Proclus dalam Suryana, 2016).

Dreyfus (Tall, 2002) mengukur abstraksi matematis melalui indikator menggeneralisasi dan mensintesis. Menggeneralisasi dideskripsikan sebagai suatu aktivitas dalam memperluas domain agar hasil pemecahan masalah matematis yang diperoleh dapat diterapkan secara lebih umum sedangkan mensintesis diartikan sebagai suatu aktivitas dalam mengkombinasikan prosedur-prosedur dalam matematika untuk memperoleh hasil yang diinginkan (Suryadi, 2012). Sementara itu, Nurhasanah (2010) dan Mukhtar (2013) menjelaskan bahwa indikator terjadinya proses abstraksi dalam belajar dapat dicermati dari beberapa aktivitas, yaitu: (1) mengidentifikasi karakteristik objek melalui pengamatan langsung, (2) mengidentifikasi karakteristik objek yang dimanipulasi, (3) menggeneralisasi, (4) merepresentasikan gagasan matematika dalam bentuk simbol-simbol matematika, (5) melepaskan sifat-sifat kebendaan dari sebuah objek, (6) membuat koneksi antar konsep untuk membentuk suatu konsep baru, (7) mengaplikasikan konsep pada konteks yang sesuai, serta (8) melakukan manipulasi objek matematis yang abstrak.

Berdasar pada uraian yang telah dijelaskan, abstraksi matematis dapat didefinisikan sebagai kemampuan matematis dalam menyusun bentuk umum berdasar pada data/informasi matematika yang diberikan serta mengombinasikan prosedur-prosedur dalam matematika untuk memeroleh hasil yang diinginkan. Dalam hal ini, indikator yang digunakan adalah menggeneralisasi dan menyintesis.

c. Berpikir Kreatif Matematis beserta Indikatornya

Berpikir kreatif merupakan aktivitas sesorang dalam menjawab suatu persoalan dengan beragam cara. Hal ini sesuai dengan apa yang diungkapkan oleh Munandar (Suryana, 2016) bahwa berpikir kreatif merupakan aktivitas berpikir dalam memberikan macam-macam kemungkinan jawaban/solusi berdasar pada informasi yang diberikan. Selain itu, dalam berpikir kreatif dituntut pula untuk menghasilkan sesuatu yang relatif baru. Hal ini sesuai dengan pendapat Evans (Suryana, 2016), berpikir kreatif terlihat ketika memandang sesuatu dari sudut pandang yang berbeda dari yang biasa. Hal ini dipertegas oleh Sukmadinata (2004), berpikir kreatif adalah suatu kegiatan mental untuk memperkuat pemahaman *(insight)* dalam menghasilkan sesuatu dan memuat keaslian *(originality*).

Torrance (Suryana, 2016)mengukur berpikir kreatif matematis melalui indikator: (1) *fluency* (kelancaran),yaitu kemampuan menghasilkan banyak ide dalam berbagai kategori; (2) *originality* (keaslian), yaitu kemampuan memiliki ide-ide baru untuk memecahkan masalah; serta (3) *elaboration* (penguraian), yaitu kemampuan memecahkan masalah secara rinci. Sementara itu, Wardani, *et al.* (2009), Alvino (Sumarmo, 2013),Tandiseru (2015), dan Ayal (2015)menyatakan bahwa untukmengukur berpikir kreatif matematis melalui indikator: (1) kelancaran dalam membuat berbagai ide/gagasan; (2) kelenturan dalam mengemukakan berbagai pendekatan dalam menyelesaikan masalah; (3) menghasilkan sesuatu atau solusi yang relatif baru; serta (4) merinci atau menyusun ide-ide lain berdasarkan informasi yang diberikan. Lain halnya dengan Guilford (Suryana, 2016),berpikir kreatif matematis dapat diukur melalui indikator:(1) kepekaan (*problem sensitivity*), yaitu kemampuan untuk menanggapi suatu masalah; (2) kelancaran (*fluency*), yaitu kemampuan untuk menghasilkan banyak gagasan; (3) keluwesan (*flexibility*), yaitu kemampuan untuk mengemukakan bermacam-macam pendekatan terhadap masalah; (4) keaslian (*originality*), yaitu kemampuan untuk menghasilkan gagasan yang relatif baru; serta (5) elaborasi (*elaboration*), yaitu kemampuan untuk merinci suatu masalah sehingga menjadi lengkap dapat berupa tabel, grafik, gambar, model, dan kata-kata agar diperoleh solusi.

Berdasar pada uraian yang telah dijelaskan, berpikir kreatif matematis dapat didefinisikan sebagai kemampuan matematis dalam membuat berbagai ide/gagasan, mengemukakan berbagai pendekatan dalam menyelesaikan masalah, menghasilkan solusi yang relatif baru, serta merinci atau menyusun ide-ide lain berdasarkan informasi yang diberikan. Dalam hal ini, indikator yang digunakan adalah ‘kelancaran (*fluency*)’, ‘keluwesan (*flexibility*)’, ‘keaslian (*originality*)’, serta ‘elaborasi (*elaboration*)’.

d. Pembuktian Matematis beserta Indikatornya

Lo dan Raven (2008) mengartikan bukti dalam matematika sebagai argumen matematis berupa rangkaian pernyataan untuk menerima atau menolak suatu ketetapan dalam matematika. Adapun ciri-ciri bukti matematis adalah: (1) menggunakan pernyataan-pernyataan yang benar dan dapat diterima;(2) argumen yang disampaikan berbentuk penalaran yang valid dan bermakna; serta (3) dapat dikomunikasikan dengan berbagai bentuk ekspresi yang tepat dan bermakna (Isnarto, *et al.*, 2014).

Pembuktian memainkan peranan penting dalam matematika.Seperti yang diungkapkan oleh Hanna *et al.*(2010) bahwa bukti tidak hanya sekedar sebagai alat pembenaran, tetapi lebih berperan sebagai penjelas terhadap kebenaran logika.Menurut Sumarmo (2011), terdapat dua kemampuan dalam pembuktian matematis, yaitu kemampuan membaca bukti dan mengonstruksi bukti.Kemampuan membaca bukti didefinisikan sebagai kemampuan dalam menilaikebenaran suatu pembuktian dan kemampuandalam memberikan alasan tiap-tiap langkah pembuktian. Sementara itu, kemampuan mengonstruksi bukti didefinisikan sebagai kemampuan dalam menyusun suatu bukti pernyataan matematikasecara lengkap, baik menggunakan pembuktian langsung maupun tidak langsung berdasarkandefinisi, prinsip, dan teorema.

Dalam membaca bukti, mahasiswa harus dapat mengemukakan gagasan/ide matematika atau makna yang terkandung di dalam teks yang bersangkutan, baik dalam bentuk lisan maupun tulisan dengan bahasanya sendiri. Hal senada juga diungkapkan oleh Sumarmo (2013) bahwamembaca bukti merupakan serangkaian keterampilan untuk menyusun intisari informasi dari suatu teks. Berkaitan dengan kemampuan mengonstruksi bukti, Sumarmo (2011) mengungkapkan bahwa kemampuan tersebut meliputi: (1) menemukan premis beserta implikasinya; (2) memanipulasi teori untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan; serta (3) membuat keterkaitan antara teori dengan pernyataan yang akan dibuktikan.Dalam mengkonstruksi bukti, dapat dilakukan secara langsung atau tak langsung.

Samparadja, *et al*. (2014) dalam penelitiannya mengukur kemampuan pembuktian matematis melalui indikator: (1) kemampuan memvalidasi dan mengkritisi suatu bukti yang ada; serta (2) kemampuan membangun bukti yang benar berdasarkan sifat, teorema, atau lemma.Selanjutnya, Arnawa, *et al*. (2006) dan Kusnandi (2008) mengukur kemampuan pembuktian matematis melalui dimensi dan aspek yang hendak diukur sebagai berikut:

1) Dimensi membaca bukti. Adapun aspek yang hendak diukur meliputi: (a) kemampuan menerapkan tahapan-tahapan pembuktian terhadap pernyataan ke dalam pernyataan lain yang serupa; (b) kemampuan menggunakan definisi sebagai dasar dalam memberikan alasan pada langkah pembuktian yang benar atau perbaikan simbol, narasi atau premis pada langkah pembuktian yang kurang tepat; (c) membandingkan dua definisi, kemudian memilih salah satu definisi untuk digunakan dalam pembuktian suatu pernyataan; (d) kemampuan menelaah suatu pernyataan matematika untuk menentukan kebenaran atau untuk menunjukkan kesalahan pernyataan tersebut dengan menggunakan contoh penyangkal; serta (e) membuat suatu hipotesis/konjektur berdasarkan pola dan sifat dari beberapa pernyataan dan membuktikan konjektur tersebut yang diperoleh secara deduktif.
2) Dimensi mengonstruksi bukti. Adapun aspek yang hendak diukur meliputi: (a) kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta-fakta, serta mengurutkan langkah-langkah pembuktian agar diperoleh konstruksi bukti yang valid; (b) kemampuan mengaitkan antara fakta-fakta yang diketahui dalam pernyataan dengan unsur-unsur yang hendak dibuktikan; serta (c) kemampuan menggunakan premis, definisi, atau teorema-teorema yang terkait pernyataan untuk mengonstruksi suatu pembuktian.

Berdasar pada uraian yang telah dijelaskan, pembuktian matematis dapat didefinisikan sebagai kemampuan matematis dalam membaca bukti matematis dan mengkonstruksi bukti matematis.Dalam hal ini, indikator yang digunakan adalah membaca bukti dan mengonstruksi bukti.

3. Instrumen dan Rubrik Penilaian dari *Advanced Mathematical Thinking*

Berikut ini diuraikan contoh instrumen dan rubrik penilaian dari masing-masing komponen *Advanced Mathematical Thinking* pada Mata Kuliah Statistika Matematika.

a. Representasi Matematis

Adapun contoh instrumen dan rubrik penilaian dari representasi matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematika adalah sebagai berikut (Suryana, 2016):

Tabel 1. Contoh Soal untuk Mengukur Representasi Matematis

Indikator	Contoh Soal
Menyajikan permasalahan dalam bentuk lain	Diketahui peubah acak *X* dan *Y* mempunyai fungsi densitas gabungan berbentuk: $f(x,y)=\begin{cases}\frac{4}{3}xy; & 0<x<1 \text{ dan } 1<y<2\\ 0; & x,y \text{ lainnya}\end{cases}$ Jika transformasi peubah acak yang digunakan berupa $U = X+Y$ dan $V = X-Y$, maka gambarlah daerah dari domain fungsi densitas gabungan *U* dan *V*.

Tabel 2. Rubrik PenilaianRepresentasi Matematis

Indikator	Respon terhadap Soal	Skor
Menyajikan permasalahan dalam bentuk lain	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Menyusun langkah-langkah dalam menyajikan masalah ke bentuk lain (gambar, notasi atau verbal)	0-5
	Mengkonstruksi penyajian masalah dalam bentuk lain	0-3
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**

b. Abstraksi Matematis

Berikut ini diuraikan contoh instrumen dan rubrik penilaian dari abstraksi matematis pada Mata kuliah Statistika Matematika (Suryana, 2016):

Tabel 3.Contoh Soal untuk Mengukur Abstraksi Matematis

Indikator	Contoh Soal
Menggeneralisasi	Diketahui $Y_1 < Y_2$ adalah statistik tataan peubah acak berukuran 2 dengan fungsi densitas: $f(x)=\begin{cases}5e^{-5x}, & 0<x<\infty\\ 0, & x \text{ lainnya}\end{cases}$ memiliki nilai $P(Y_2 \geq 1) = 2e^{-5} - e^{-10}$. Jika statistik tataan peubah acak tersebut menjadi berukuran 3 yaitu $Y_1 < Y_2 < Y_3$, maka nilai $P(Y_3 \geq 2) = 3e^{-10} - 3e^{-20} + e^{-30}$. Jika statistik tataan peubah acak menjadi berukuran *n* yaitu $Y_1 < Y_2 < ... < Y_n$, maka tentukanlah bentuk umum untuk $P(Y_n \geq n-1)$.
Mensintesis	Diketahui fungsi densitas: $f(x)=\begin{cases}3-4x, & \text{jika } 0<x<1\\ 0, & \text{jika } x \text{ lainnya}\end{cases}$ dimiliki oleh statistik tataan peubah acak berukuran 2 yaitu Y_1 dan Y_2 dengan $Y_1 < Y_2$. Tentukanlah nilai $P(Y_2 \geq 0)$.

Tabel 4. Rubrik PenilaianAbstraksi Matematis

Indikator	Respon terhadap Soal	Skor
Menggeneralisasi	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Menguraikan jawaban untuk suku ke-i dan i+1	0-4
	Menyusun jawaban terkait bentuk umum (suku ke-n)	0-4
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**
Mensintesis	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Mengaitkan konsep yang ditanyakan dengan konsep lain	0-3
	Menyusun jawaban dengan menggunakan beragam konsep	0-5
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**

c. Berpikir Kreatif Matematis

Contoh instrumen dan rubrik penilaian dari berpikir kreatif matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematika diberikan pada tabel-tabel berikut ini (Suryana, 2016):

Tabel 5. Contoh Soal untuk Mengukur Berpikir Kreatif Matematis

Indikator	Contoh Soal
Kelancaran (*Fluency*)	Tuliskanlah dua buahfungsi densitas gabungan dari X dan Yyang memenuhi syarat $\rho = 0$.
Keluwesan (*Flexibility*)	Diketahui bahwa fungsi densitas gabungan dua peubah acak $f(x, y)$ berbentuk: $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2}{5}(2x+3y); & 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\\ 0; & x, y \text{ lainnya}\end{cases}$$ Ada berapa cara untuk menentukan koefisien korelasi? Pilihlah salah satu cara untuk menyelesaikan masalah tersebut.
Keaslian (*Originality*)	Diketahui bahwa fungsi densitas gabungan dari X dan Y berbentuk: $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{16}; & 0 < x < 4, 0 < y < 4\\ 0; & x, y \text{ lainnya}\end{cases}$$ Jika fungsi densitas gabungan dari hasil transformasi U dan V adalah $$h(u,v)=\begin{cases}\frac{1}{32v}; & 0 < u < 16v, 0 < v < \frac{16}{u}\\ 0; & u, v \text{ lainnya}\end{cases}$$ maka tentukanlah bentuk transformasi yang digunakan dalam kasus ini.
Elaborasi (*Elaboration*)	Diketahui bahwa fungsi peluang gabungan dari X dan Y berbentuk: $$p(x,y)=\tfrac{1}{32}(x+y);\ x=1,2 \text{ dan } y=1,2,3,4$$ Susunlah beberapa pertanyaan yang sesuai dengan informasidi atas, kemudian selesaikanlah satu diantaranya.

Tabel 6. Rubrik PenilaianBerpikir Kreatif Matematis

Indikator	Respon terhadap Soal	Skor
Kelancaran (*Fluency*)	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Membuat contoh dari suatu konsep yang ditanyakan	0-4
	Memberikan alasan terkait contoh dari suatu konsep yang telah dibuat	0-4
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**
Keluwesan (*Flexibility*)	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Menyebutkan cara penyelesaian berdasarkan soal yang diberikan	0-3
	Menguraikan cara penyelesaian yang diminta	0-5
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**
Keaslian (*Originality*)	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Menguraikan penyelesaian dengan cara yang tak biasa	0-8
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**
Elaborasi (*Elaboration*)	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi konsep yang ditanyakan	0-2
	Menyusun pertanyaan berdasarkan informasi yang diberikan	0-4
	Menyusun jawaban dari soal yang telah dibuat	0-4
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**

d. Pembuktian Matematis

Adapun contoh instrumen dan rubrik penilaian dari pembuktian matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematika diuraikan sebagai berikut (Suryana, 2016):

Tabel 7. Contoh Soal untuk Mengukur Pembuktian Matematis

Indikator	Contoh Soal
Membaca Bukti	Diberikan suatu pembuktian sebagai berikut. Periksalah kebenaran tiap langkah pembuktian di bawah ini disertai alasan dan tuliskanlah konsep-konsep yang digunakanpada tiap langkah pembuktian. **Pernyataan:** Jika X dan Ymerupakan peubah acak kontinu, maka $E\left[E\left(Y\|x\right)\right]=E\left(Y\right)$

	Bukti: $$E\left[E\left(Y\mid x\right)\right]=\int_{-\infty}^{\infty}E\left(Y\mid x\right)f_1\left(x\right)dx \quad \ldots(1)$$ $$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}y\left(\frac{f\left(x,y\right)}{f_1\left(x\right)}\right)dy\right)f_1\left(x\right)dx \quad \ldots(2)$$ $$=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}yf\left(x,y\right)dy\right)dx \quad \ldots(3)$$ $$=\int_{-\infty}^{\infty}y\left(\int_{-\infty}^{\infty}f\left(x,y\right)dx\right)dy \quad \ldots(4)$$ $$=\int_{-\infty}^{\infty}yf_2\left(y\right)dy \quad \ldots(5)$$ $$=E\left(Y\right) \quad \ldots(6)$$
Mengkonstruksi Bukti	Diketahui bahwa X_1 dan X_2 merupakan peubah acak bebas stokastik yang masing-masing berdistribusi normal dengan parameter secara berturut-turut adalah μ_1 dan σ_1^2 serta μ_2 dan σ_2^2. Jika $Z=X_1+X_2$,buktikanlah bahwa Z berdistribusi normal dengan parameter: $\mu_1+\mu_2$ dan $\sigma_1^2+\sigma_2^2$.

Tabel 8. Rubrik PenilaianPembuktian Matematis

Indikator	Respon terhadap Soal	Skor
Membaca Bukti	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Memeriksa kebenaran tiap langkah pembuktian disertai alasan	0-5
	Menuliskan konsep-konsep yang digunakan pada tiap langkah pembuktian	0-5
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**
Mengkonstruksi Bukti	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi premis	0-2
	Membuat koneksi antara fakta dengan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan	0-3
	Menyusun bukti	0-5
	Sub total (1 butir tes)	**0-10**

4. Menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking*

Untuk menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking* dapat dilakukan dengan cara mengimplementasikan pembelajaran inovatif yang berlandaskan konstruktivisme seperti yang dilakukan oleh Herlina (2015) melalui pembelajaran *APOS*, Suryana (2016)melalui pembelajaran *PACE*, Supianti & Sari (2016)melalui pembelajaran dengan strategi abduktif-deduktif, serta Hutajulu & Minarti (2017) melalui pembelajarandengan pendekatan keterampilan metakognitif. Dalam pembelajaran tersebut, dosen lebih berperan sebagai fasilitator sedangkan mahasiswa secara individu maupun berkelompok terlibat aktif dalam pembelajaran.

Piaget (Sanjaya, 2008) mengatakan bahwa pengetahuan akan bermakna ketika pengetahuan tersebut dikonstruksi sendiri. Pengetahuan tersebut dikembangkan oleh setiap orang melalui skema. Skema merupakan struktur kognitif yang digunakan oleh seseorang untuk beradaptasi dengan lingkungan sekitar. Lebih lanjut, Piaget (Slavin, 2011) menjelaskan bahwa proses adaptasi meliputi asimilasi dan akomodasi.

Asimilasi merupakan proses memahami informasi dan pengalaman baru berdasarkan skema yang sudah ada. Jika melalui proses asimilasi tidak berhasil, maka seseorang akan mengubah skema yang ada berdasar pada informasi dan pengalaman baru. Hal ini dinamakan proses akomodasi. Jika proses asimilasi dan akomodasi terjadi tanpa konflik, maka struktur kognitif berada dalam kondisi *equilibrium*.

Selain itu, Vygotsky (Suryadi, 2012) menjelaskan bahwa proses konstruksi konsep terjadi pada dua tahap, yaitu: (a) terjadi pada saat berkolaborasi dengan orang lain, serta (b) dilakukan secara individu, yang di dalamnya terjadi proses internalisasi. Lebih lanjut,Vygotsky (Suryadi, 2012) mengatakan bahwa ada dua konsep pentingdalam proses konstruksi konsep, yaitu *Zone of Proximal Development* (ZPD) dan *scaffolding*. ZPD diartikan sebagai jarak antara level perkembangan aktual yang ditentukan oleh kemampuan seseorang dalam menyelesaikan permasalahan secara mandiri dan level perkembangan potensial yang ditentukan oleh kemampuan seseorang dalam menyelesaikan permasalahan di bawah bimbingan dosen atau kolaborasi dengan teman sebaya yang lebih tinggi kemampuannya (Prabawanto, 2012). Sementara itu, *scaffolding* diartikan sebagai bentuk pemberian arahan ketika mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan, tanpa mengurangi tuntutan tugas kognitif yang diminta (Dasari, 2009). Pemberian arahan ini dapat dilakukan oleh dosen atau kolaborasi dengan mahasiswa lain yang lebih tinggi level kemampuannya.

Pembelajaran *APOS*, *PACE*, strategi abduktif-deduktif,serta pendekatan keterampilan metakognitif memenuhi teori perkembangan kognisi Piaget dan Vygotsky dalam pembelajaran. Kedua teori tersebut saling melengkapi dan menguatkan dalam mendukung pembelajaran inovatif tersebut sehingga diharapkan dapat mengoptimalkan kemampuan *Advanced Mathematical Thinking*mahasiswa.

Adapun temuan Herlina (2015) terkait implementasi pembelajaran *APOS* untuk meningkatkan *Advanced Mathematical Thinking*pada Mata kuliah Struktur Aljabar adalah: (a) tidak terdapat perbedaan peningkatan kemampuan *Advanced Mathematical Thinking* antara mahasiswa yang mendapat pembelajaran *APOS* dan mahasiswa yang mendapat pembelajaran konvensional secara keseluruhan, serta, (b) terdapat perbedaan peningkatan kemampuan *Advanced Mathematical Thinking* antara mahasiswa yang mendapat pembelajaran *APOS* dan mahasiswa yang mendapat pembelajaran konvensional berdasarkan level KAM (Kemampuan Awal Matematis).

Sementara itu, temuan Suryana (2016) terkait implementasi pembelajaran Model *PACE* untuk meningkatkan *Advanced Mathematical Thinking*pada Mata kuliah Statistika Matematika adalah: (a) pencapaian dan peningkatan *Advanced Mathematical Thinking*mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, baik secara keseluruhan maupun untuk semua level kemampuan awal matematis (tinggi, sedang, dan rendah), lebih baik daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional; (b) faktor kemampuan awal matematis memberikan pengaruh yang signifikan terhadap perbedaan pencapaian dan peningkatan*Advanced Mathematical Thinking*pada pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional; serta (3) pencapaian dan peningkatan semua komponen beserta indikator dari *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswayang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, baik secara keseluruhan maupun untuk semua level kemampuan awal matematis (tinggi, sedang, dan rendah), lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Pencapaian dan peningkatan komponen *Advanced Mathematical Thinking*paling rendah, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level kemampuan awal matematis, pada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional berada pada ‘pembuktian matematis’. Sementara itu, pencapaian dan peningkatan indikator dari masing-masing komponen *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa yang masih tergolong rendah, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level kemampuan awal matematis, pada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional berada pada indikator menggeneralisasi, keaslian, dan mengkonstruksi bukti.

Lain halnya dengan hasil temuan Supianti & Sari (2016) terkait implementasi pembelajaran dengan strategi abduktif-deduktif untuk meningkatkan *Advanced Mathematical Thinking* pada Mata kuliah Struktur Aljabar bahwa: (a) peningkatan *Advanced Mathematical Thinking* mahasiswa yang memperoleh pembelajaran dengan strategi abduktif-deduktif lebih baik daripada pembelajaran konvensional, serta (b) pembelajaran dengan strategi abduktif-deduktif diterima dengan sikap positif oleh mahasiswa.Selain itu, temuan Hutajulu & Minarti (2017) terkait implementasi pembelajaran dengan pendekatan keterampilan metakognitif untuk meningkatkan *Advanced Mathematical Thinking*pada Mata kuliah Analisis Real adalahpencapaian dan peningkatan *Advanced Mathematical Thinking*mahasiswa yang memperoleh pembelajaran dengan pendekatan keterampilan metakognitif lebih baik daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran biasa.

Berdasar pada hasil temuan tersebut, terlihat bahwa pembelajaran *APOS*, *PACE*, strategi abduktif-deduktif,serta pendekatan keterampilan metakognitif dapat menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking*. Penelitian terkait cara menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking*dalam pembelajaran matematika tingkat lanjut melalui implementasi pembelajaran inovatif lainnya masih terbuka lebar karena belum banyak diteliti.

SIMPULAN

Advanced Mathematical Thinking merupakan kemampuan matematis yang meliputi representasi, abstraksi, berpikir kreatif, sertapembuktian matematis. Representasi merupakan kemampuan matematis dalam menyajikan permasalahan ke bentuk lain sedangkan abstraksi merupakan kemampuan matematis dalam menggeneralisasi dan menyintesis. Sementara itu, berpikir kreatif merupakan kemampuan matematis terkait kelancaran, keluwesan, keaslian, dan elaborasi, sedangkanpembuktian merupakan kemampuan matematis dalam membaca bukti dan mengonstruksi bukti matematis. Pengembangan *Advanced Mathematical Thinking* lebih ditekankan untuk mata kuliah matematika tingkat lanjut seperti struktur aljabar, analisis real, teori peluang, dan statistika teori (Statistika Matematika).Untuk menumbuhkembangkan *Advanced Mathematical Thinking* dapat dilakukan dengan cara mengimplementasikan pembelajaran inovatif yang berlandaskan konstruktivisme seperti pembelajaran *APOS*, *PACE*, strategi abduktif-deduktif, serta pendekatan keterampilan metakognitif.

DAFTAR RUJUKAN

Arnawa, M., *et al*. (2006). Applying the APOS theory to improve students ability to prove in elementary abstract algebra.*JIMS*, 13 (1): 133-148.

Ayal, C.S. (2015). *Peningkatan kemampuan penalaran matematis dan berpikir kreatif matematis serta self-directed learning siswa SMP dengan menggunakan strategi mind mapping*. Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Dasari, D. (2009).*Peningkatan kemampuan penalaran statistis mahasiswa melalui model PACE*.Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Goldin, G.A. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving.In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*(pp. 97-218). New Jersey: SUNJ.

Gutierrez, P.B. (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present, and future.* Netherlands: Sense Publishers.

Hanna, G., *et al*. (2010).*Explanation and proof in mathematics*. New York: Springer.

Herlina, E. (2015). Advanced mathematical thinking and the way to enhance it.*Journal of Education and Practice*, 6 (5): 79-88.

Hudiono, B. (2005). *Peran pembelajaran diskursus multi representasiterhadap pengembangan kemampuan matematik dan daya representasi pada siswa SLTP*. Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Hutajulu, M & E. D. Minarti (2017). Meningkatkan kemampuan advanced mathematical thinking dan habits of mind mahasiswa melalui pendekatan keterampilan metakognitif. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 3 (2): 177-194.

Hwang, *et al*. (2007). Multiple representation skills and creativity effect on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system.*Educational Technology & Society*, 10 (2): 191-212.

Isnarto, *et al*. (2014). Student's proof ability: Exploratory studies of abstract algebra course. *International Journal of Education dan Research,* 2 (6): 215-228.

Kusnandi (2008). *Pembelajaran matematika dengan strategi abduktif-deduktif untuk menumbuhkembangkan kemampuan membuktikan pada mahasiswa*. Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Lo, J. &M. Raven (2008). *Proof and proving in a mathematics course for prospective elementary*. USA: Western Michigan University and Michigan State University.

Mudzakir, A. (2006). *Psikologi pendidikan*. Bandung: Pustaka setia.

Mukhtar (2013). *Peningkatan kemampuan abstraksi dan generalisasi matematis siswa sekolah menengah pertama melalui pembelajaran dengan pendekatan metaphorical thinking*. Tesis. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Mulyati. (2013). *Peningkatan kemampuan pemahaman dan representasi matematis siswa SMA melalui strategi preview-question-read-reflect-review*.Tesis. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Nurhasanah, F. (2010). *Abstraksi siswa SMP dalam belajar geometri melalui penerapan model van hiele dan geometers' sketchpad*. Tesis. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Nurhayati, Y. (2013). *Meningkatkan kemampuan representasi dan berpikir kritis matematis siswa SMP melalui pendekatan pendidikan matematika realistik*. Tesis. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Prabawanto, S. (2012). *Peningkatan kemampuan pemecahan masalah, komunikasi, dan self-efficacy matematis mahasiswa melalui pembelajaran dengan pendekatan metacognitive scaffolding*. Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Ruseffendi, E.T. (2006). *Pengantar kepada membantu guru mengembangkan kompetensinya dalam pengajaran matematika untuk meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Samparadja, H., *et al*. (2014). The influence of inductive-deductive approach based on modified definition in algebra structure learning toward student's proving ability viewed based on college entrance track. *International Journal of Education and Research,* 2 (7): 239-248.

Sanjaya, W. (2008). *Strategi pembelajaran berorientasi standar proses pendidikan*. Jakarta: Kencana Prenada Media Grup.

Slavin, R.E. (2011). *Psikologi pendidikan: teori dan praktik*. Jilid 1. Jakarta: Indeks.

Sukmadinata, N. S. (2004). *Kurikulum dan pembelajaran kompetensi*. Bandung: Kusuma Karya.

Sumarmo, U.(2011). *Advancedmathematicalthinkingdanhabitofmindmahasiswa*. Bahan Kuliah. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

---------------. (2013). Pembelajaran matematika. Dalam Suryadi, D., Turmudi, dan Nurlaelah, E. (Ed) *Kumpulan makalah: Berpikir dan disposisi matematik serta pembelajarannya* (pp. 122-146). Bandung: FPMIPA-UPI Press.

Supianti, I & N. M. Sari (2016). Pembelajaran matematika dengan strategi abduktif-deduktif untuk meningkatkan advanced mathematical thinking mahasiswa. *Prosiding Seminar Nasional Matematika FKIP Universitas Siliwangi Tasikmalaya2016*, 1 (1): 107-114.

Suryadi, D. (2012). *Membangun budaya baru dalam berpikir matematika*. Bandung: Rizqi Press.

Suryana, A. (2014). Analisis kemampuan membaca bukti matematis pada mata kuliah statistika matematika. *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung "Infinity"*, 4 (1): 84-95.

---------------. (2016).*Meningkatkan advanced mathematical thinking dan self-renewal capacity mahasiswa melalui pembelajaran model PACE*.Disertasi. PPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. Boston: Kluwer.

Tandiseru, S.R. (2015). The effectiveness of local culture-based mathematical heuristic-KR learning towards enhancing student's creative thinking skill.*Journal of Education and Practice*, 6 (12): 74-81.

Wardani, S., *et al*. (2011). Mathematical creativity and disposition: Experiment with grade-10 students using silver inquiry approach.*Journal of Science and Mathematical Thinking*, GUNMA University, Japan,1(59): 1-16.