

APLIKASI ALGORITMA SOLLIN DALAM PENCARIAN POHON PERENTANG MINIMUM PROVINSI JAWA TENGAH

WULAN ANGGRAENI

wulangussetiyo@gmail.com

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Teknik, Matematika & IPA
Universitas Indraprasta PGRI

Abstract: The purpose of this study is to find the minimum range tree of Central Java province by using sollin algorithm. This was research study by using literature study. Tree range minimum is a tree range which has minimum point from a graft. Looking for minimum range tree of Centre Java Province by using algorithm sollin with the solution by using matlab (*matrix laboratory*). Sollin algorithm is a combination between algorithm prim and kruscal. The way of working was choosing the left side from one point. Every point was identified. After identification process. Next step was checking cutset sides, and the most minimum cutset, so one tree with another tree was connected. After doing the identification by using algorithm sollin so it was got point of minimum tree range was 1251 km.

Keywords: graf, *minimum spanning tree*, algoritma sollin.

PENDAHULUAN

Jawa Tengah terdiri atas 29 kabupaten dan 6 kota yaitu, Banjarnegara, Banyumas, Batang, Blora, Boyolali, Brebes, Cilacap, Demak, Grobogan, Jepara, Karanganyar, Kebumen, Kendal, Klaten, Kudus, magelang, Pati, Pekalongan, Tegal, Temanggung, Wonogiri, Wonosobo, Pemalang, Purbalingga, Purworejo, Rembang, Semarang, Sragen, Sukoharjo, Magelang, kota pekalongan, kota Salatiga, Kota Semarang, Kota Surakarta, Kota Tegal. Setiap hari raya idulfitri banyak pemudik yang melalui kabupaten tersebut menuju kampung halamannya. Beraneka kendaraan digunakan, seperti motor, mobil pribadi, bus, bajaj dan lain-lain. Setiap ruas jalan raya yang menghubungkan setiap kota memiliki kondisi yang berbeda-beda, ada yang bagus maupun berlubang. Kondisi jalanan yang berlubang akan membuat macet perjalanan, selain itu mengancam pemudik karena sering terjadi kecelakaan. Untuk itu setiap tahunnya pemerintah membuat anggaran untuk perbaikan jalan.

Setiap tahunnya pemerintah Provinsi Jawa Tengah mengeluarkan dana sebesar 1,9 triliun. Namun dengan anggaran yang ada, ruas jalan yang berada di provinsi jawa tengah tidak dapat diperbaiki semuanya. Untuk itu pemerintah harus membuat suatu kebijakan untuk memilih ruas manakah yang akan diperbaiki. Agar setiap kabupaten atau kota tidak terputus aksesnya, maka setidaknya ada ruas jalan yang dapat menghubungkan antara satu kabupaten dengan lainnya. Pembuatan kebijakan ini dapat memanfaatkan ilmu matematika.

Ilmu matematika yang dapat dipergunakan adalah teori graf, khususnya *tree*. *tree* merupakan graf tak berarah yang tidak memiliki *cycle*. Dari suatu graf berbobot dapat dibuat beberapa *tree*. *Tree* yang memiliki bobot paling kecil dinamakan *minimum spanning tree*. Dalam bahasa indonesia mst diartikan sebagai pohon perentang minimum. Bobot dalam kasus di atas adalah panjang ruas jalan yang menghubungkan antar kabupaten atau kota. Semakin pendek ruas jalan yang diperbaiki, maka akan semakin rendah biaya yang harus dikeluarkan pemerintah.

Untuk dapat membangun sebuah pohon perentang minimum dibutuhkan suatu algoritma. Algoritma yang dapat digunakan diantaranya adalah algoritma kruskal, prim

dan sollin. Cara kerja setiap algoritma ini berbeda-beda. Cara kerja algoritma solin merupakan kombinasi antara algoritma kruskal dan prim.

Berdasarkan uraian di atas, maka judul penelitian yang akan dibuat adalah “Aplikasi algoritma solin dalam pencarian pohon perentang minimum Provinsi Jawa Tengah”.

TINJAUAN PUSTAKA

Graf

Menurut Foulds (1994) graf G adalah pasangan terurut (V, E) dimana V adalah himpunan simpul yang berhingga dan tidak kosong. Dan E adalah himpunan sisi yang merupakan pasangan yang tidak terurut dari simpul (i, j) dimana $(i, j) \in V$. Elemen V dinamakan simpul (*node*) dan elemen E dinamakan sisi (*edge*), dinotasikan sebagai (i, j) , yaitu sisi yang menghubungkan simpul i dengan simpul j , dengan $(i, j) \in V$.

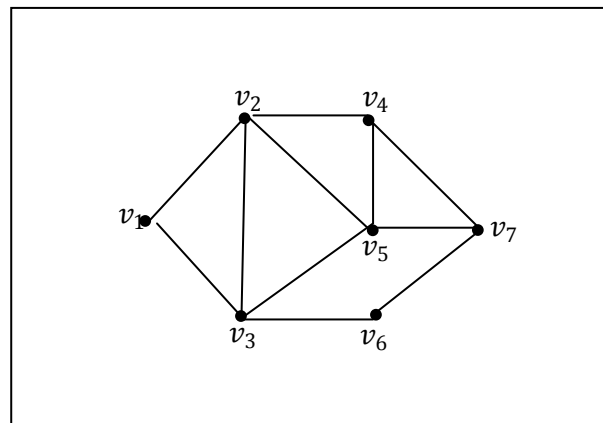
Berdasarkan orientasi arah pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis, yaitu graf tak berarah (*undirected graph*) dan graf berarah (*directed graph*) [Munir, 2010].

Graf tak berarah

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut dengan graf tak berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi $(i, j) = (j, i)$ adalah sisi yang sama. Sisi pada graf ini dinamakan *edge*.

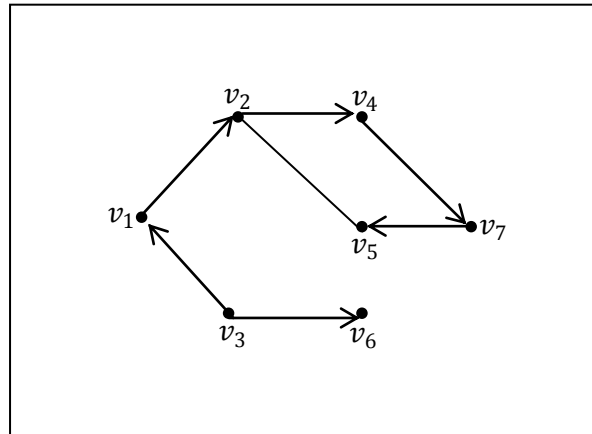
Graf berarah

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah dinamakan graf berarah. Sisi berarah pada graf ini dinamakan *arc*. Pada graf ini belum tentu $(i, j) = (j, i)$ bisa saja $(i, j) \neq (j, i)$



Gambar 1. Graf takberarah $G = (V, E)$

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis, yaitu graf sederhana, dan graf tak sederhana [Munir, 2010]



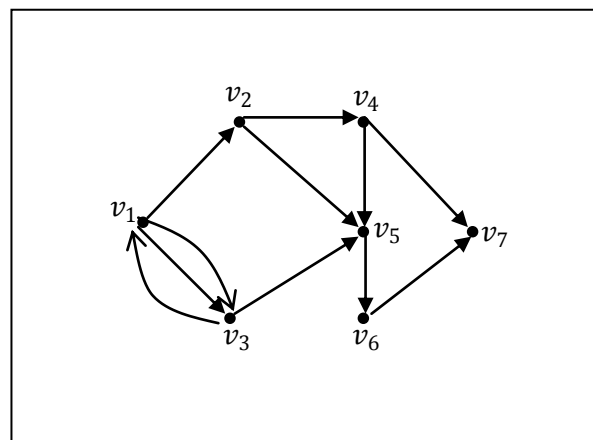
Gambar 2. Graf berarah $G(V, E)$

Graf sederhana

Graf yang tidak memiliki gelang (*loop*) maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana. Gambar 1 dan gambar 2 merupakan contoh dari graf sederhana.

Graf tidak sederhana

Graf yang tidak memiliki gelang (*loop*) maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana. Perhatikan ilustrasi sebagai berikut.



Gambar 3. Graf tidak sederhana $G(V, E)$

Terminologi Graf

Istilah yang dipergunakan dalam graf adalah sebagai berikut:

Walk terbuka dan tertutup

Suatu *walk* pada graf $G = (V, E)$ adalah suatu barisan simpul V_k dan sisi (V_k, V_{k+1}) dengan bentuk $v_1, (v_1, v_2), v_2, (v_2, v_3), \dots, (v_{k-1}, v_k), v_k$. Salah satu contoh *walk* dari v_1 ke v_5 pada gambar 1 adalah $(v_1, (v_1, v_2), v_2, (v_2, v_5), v_5)$. Jika simpul awal sama dengan simpul akhir pada suatu *walk*, maka *walk* tersebut dinamakan *walk* tertutup. Jika sebaliknya dinamakan *walk* terbuka. Suatu *walk* tertutup yang mengandung setidaknya 3 simpul dan semua simpulnya berbeda disebut *cycle* [Foulds, 1994].

Path

Path pada graf $G = (V, E)$ adalah suatu *walk* terbuka dimana tidak ada simpul maupun sisi yang diulang [Foulds, 1994].

Graf Acyclic

Graf *acyclic* adalah suatu graf yang tidak mempunyai *cycle* [Foulds, 1994].

Terhubungkan (connected)

Suatu graf G dikatakan terhubungkan (*conectedi*) jika ada setidaknya satu *path* yang menghubungkan setiap pasang simpul pada graf G [Foulds, 1994].

Sink dan source

Jika tidak ada busur (*arc*) yang keluar dari simpul V_i maka V_i disebut dengan *sink*. Jika tidak ada busur yang menuju V_j maka V_j disebut *source* [Foulds, 1994].

Cut-set

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi *cut-set* selalu menghasilkan dua buah komponen terhubung. Nama lain dari *cutset* adalah jembatan (*bridge*).

Network

Network adalah graf berarah yang hanya memiliki satu *source* dan satu *sink* [Foulds, 1994]. Pada gambar 3 V_1 adalah *source* dan V_7 adalah *sink*.

Algoritma Minimum Spanning Tree

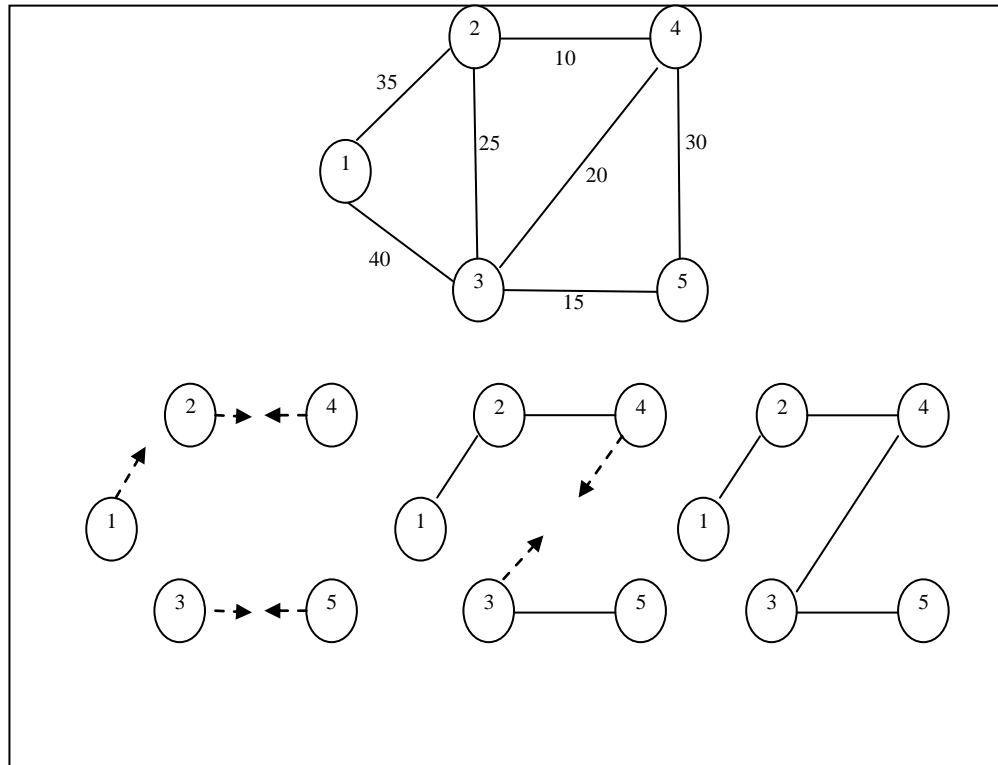
Minimum Spanning Tree

Jika G adalah graf berbobot, maka bobot MST T dari G didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi di T . Pohon merentang yang berbeda mempunyai bobot yang berbeda pula. Di antara semua *spanning tree* di G , MST memiliki bobot yang paling minimum [Munir, 2005].

Algoritma Sollin

Cara kerja algoritma solin adalah dengan memanfaatkan *cutset* optimal. Kita dapat mengatakan bahwa algoritma solin adalah perpaduan antara algoritma prim dan kruskal. Pada setiap iterasi algoritma solin akan menghasilkan jarak minimum antara dua buah titik yang menggunakan konsep *nearest-neighbor*. Jadi pada setiap node kita mencari titik manakah dari titik tersebut yang menghasilkan jarak terendah. Setelah setiap titik memiliki pasangannya akan diperiksa apakah MST yang diperoleh connected, jika tidak pilih *cutset* yang memiliki bobot terendah. Berikut adalah algoritma solin [ahuja dkk, 1993].

```
Begin
  for each  $i \in N$  do  $N_i := \{i\}$ 
   $T^* := \emptyset$ 
  while  $T^* < (n - 1)$  do
  begin
    for each tree  $N_k$  do nearest-neighbor ( $N_k, i_k, j_k$ );
    for each tree  $N_k$  do
      If nodes  $i_k$  dan  $j_k$  belong to different trees then
        merge ( $i_k, j_k$ ) and update  $T^* := \cup \{(i_k, j_k)\}$ ;
    end;
  end;
  ilustrasi algoritma solin adalah sebagai berikut:
```



Gambar 4. Ilustrasi algoritma sollin

PEMBAHASAN

Provinsi Jawa Tengah

Jawa Tengah adalah salah satu provinsi yang berada di Indonesia, dan terletak di tengah pulau jawa yang berada di koordinat $8^{\circ}30' - 5^{\circ}40'$ lintang selatan dan $108^{\circ}30' - 111^{\circ}30'$ Bujur Timur. Provinsi ini berbatasan dengan provinsi jawa Barat di sebelah barat, samudera hindia dan Daerah Istimewa Jogjakarta disebelah selatan, Jawa Timur disebelah timur dan laut jawa di sebelah utara. Luas Wilayah Jawa Tengah adalah 34.548 km^2 atau sekitar 28,94% dari luas pulau jawa. Jawa tengah dilalui beberapa ruas jalan yaitu jalur pantura (menghubungkan Jakarta-Semarang-Kudus-Surabaya-banyuwangi) dan jalur selatan (menghubungkan Bandung-Yogyakarta-Surakarta-Madiun-Surabaya). Ibukota Jawa Tengah adalah kota Semarang.

Secara administratif provinsi Jawa tengah terdiri atas 29 kabupaten dan 6 kota yaitu: Kabupaten Banjarnegara, Kabupaten Banyumas, Kabupaten Batang, kabupaten Blora, Kabupaten Boyolali, Kabupaten Brebes, Kabupaten demak, Kabupaten Grobogan, Kabupaten Jepara, Kabupaten Karanganyar, Kabupaten Kebumen, Kabupaten Kendal, Kabupaten Klaten, Kabupaten Kudus, Kabupaten Magelang, Kabupaten pati, Kabupaten Pemalang, Kabupaten Purbalingga, Kabupaten Purworejo, Kabupaten Rembang, Kabupaten Semarang, kabupaten Sragen, Kabupaten Sukoharjo, Kabupaten Tegal, Kabupaten Temanggung, Kabupaten Wonosobo, Kota Magelang, Kota Pekalongan, Kota Salatiga, Kota Semarang, Kota Surakarta, Kota Tegal. Berikut ini adalah Peta Provinsi Jawa Tengah.



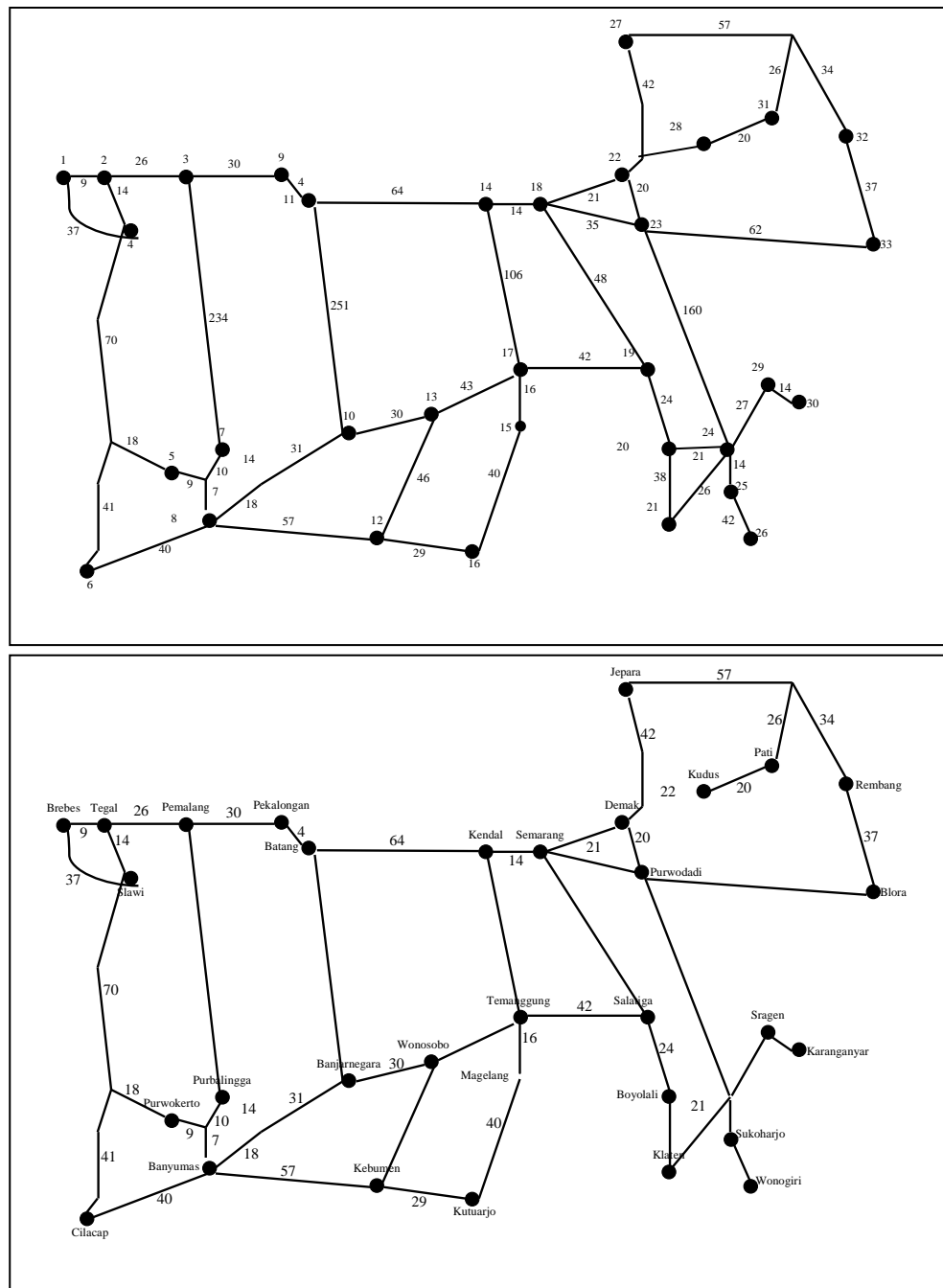
Gambar 5. Peta Provinsi Jawa Tengah

Provinsi Jawa tengah memiliki sarana transportasi yang memadai yakni, transportasi udara, laut dan darat. Sarana transportasi udara yang menunjang adalah Bandara Achmad Yani di Kota Semarang, Bandara Tunggul Wulung di Kabupaten Cilacap, Bandara Dewadaru di kabupaten Jepara dan bandara Adi Sumarmo di kota solo. Sarana transportasi laut yaitu pelabuhan pekalongan di kota pekalongan dan pelabuhan Tanjung Emas yang terletak di kabupaten Semarang. Sedangkan sarana transportasi darat adalah terdapatnya jalan negara, jalan provinsi dan jalan kabupaten. Panjang jalan negara adalah 1390,57 km, panjang jalan provinsi 2539,7 km, dan panjang jalan kabupaten adalah 22458,95 km.

Graf Provinsi Jawa Tengah

Graf Provinsi Jawa Tengah terdiri atas simpul dan sisi. Simpul menggambarkan kabupaten atau kota yang berada di jawa tengah, sedangkan sisi menggambarkan ruas jalan yang menghubungkan antar kabupaten, kabupaten dengan kota atau kota dengan kota. Bobot yang berada di dalam sebuah graf merupakan jarak tempuh dari satu simpul ke simpul lainnya. G

Sebelum merepresentasikan graf ke dalam bentuk matrix, terlebih dahulu diberi kode untuk setiap nama daerah. Gambar 7 merupakan graf provinsi Jawa Tengah yang telah diberi kode

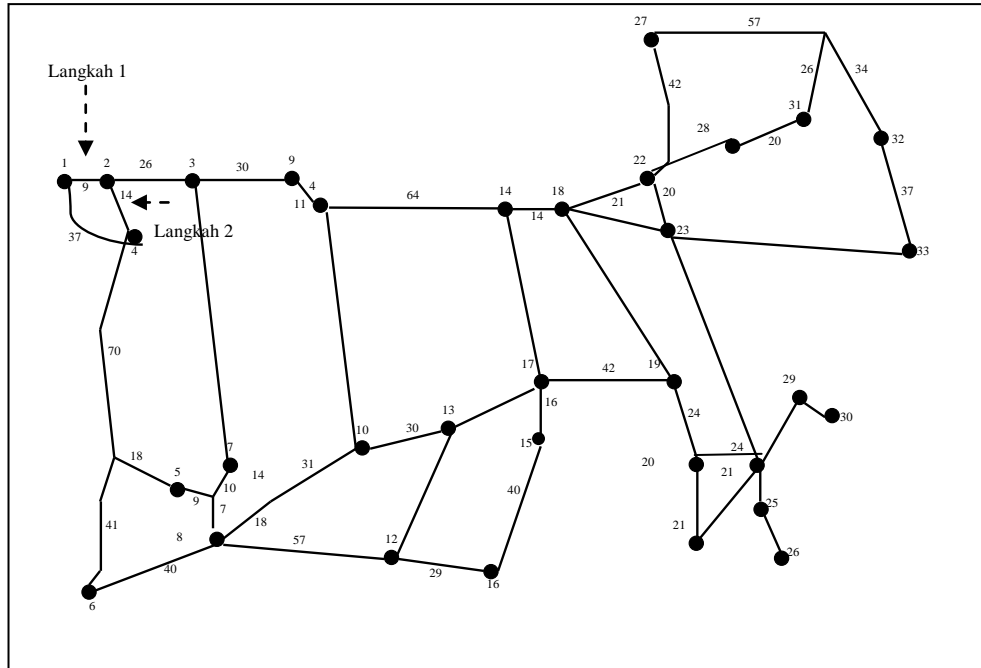


Gambar 6. Kode untuk daerah di Jawa Tengah

Pohon perentang minimum Provinsi Jawa Tengah menggunakan algoritma sollin.

Ilustrasi sederhana pohon perentang minimum dari provinsi Jawa tengah secara manual dengan menggunakan algoritma sollin adalah memilih sisi yang memiliki bobot terkecil di setiap simpul. langkah awal adalah memilih sisi yang memiliki bobot paling minimum, yang berasal dari simpul 1, sisi yang terpilih adalah sisi (1,2) dengan bobot seberat 4. Sisi (1,2) merupakan sisi yang menghubungkan antara simpul 1 dan 2.

Selanjutnya pilih sisi yang berasal dari simpul 2, yang memiliki bobot minimum, terpilihlah sisi (2,1). Selanjutnya adalah memilih sisi yang berasal dari simpul ke-3, terpilihlah sisi (3,2), bobot sisi ini adalah 26. Sisi ini menghubungkan antara simpul ke-3 dan ke-2. Langkah ini terus menerus dilakukan sampai dengan simpul ke-33.



Gambar 7. Ilustrasi sederhana langkah-langkah pada algoritma sollin.

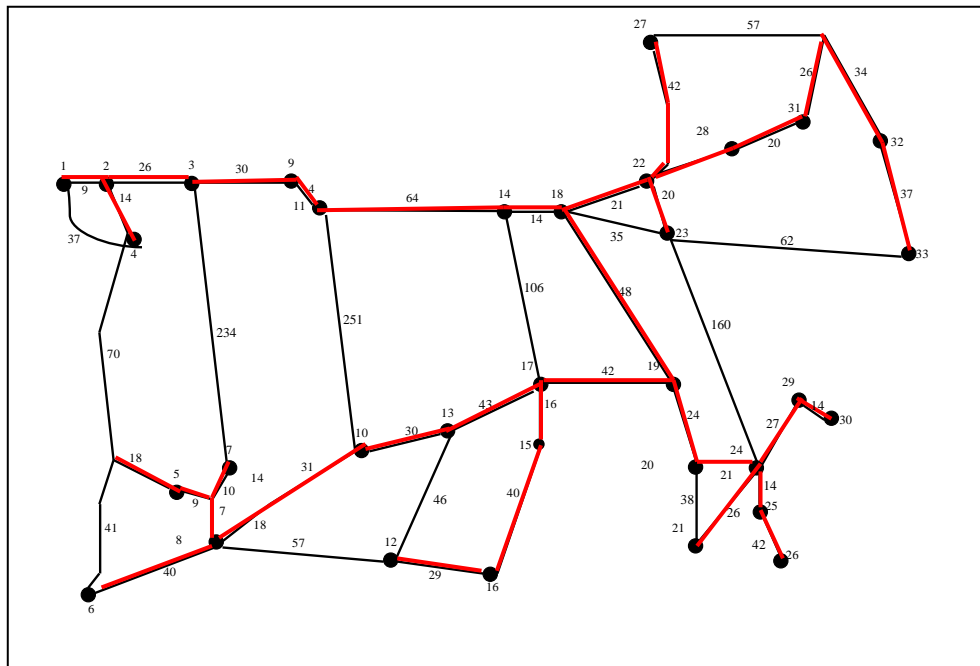
Setelah semua simpul diperiksa, langkah selanjutnya adalah memilih setiap sisi pada *cutset* yang memiliki bobot minimum.

Perancangan algoritma sollin menggunakan matlab.

Program untuk mencari pohon perentang minimum menggunakan matlab. Hasil running dari program tersebut adalah sebagai berikut:

1	2	12	16	23	22
2	1	13	10	24	25
3	2	14	18	25	24
4	2	15	17	26	25
5	8	16	12	27	28
6	7	17	15	28	31
7	8	18	14	29	30
8	5	19	20	30	29
9	11	20	24	31	28
10	13	21	23	32	33
11	9	22	23	33	32

Pasangan angka-angka di atas memiliki arti bahwa simpul-simpul yang diberi kode di atas dihubungkan oleh sebuah sisi yang memiliki sisi minimum yang berasal dari simpul tersebut (pada kolom 1). Pada baris 1 ada pasangan kode daerah yaitu 1 dan 2, maksudnya adalah 1 dan 2 dipilih sebagai rute yang memiliki sisi paling minimum yang berasal dari simpul 1, baris kedua berisikan pasangan kode daerah 2 dan 1. baris ketiga



Gambar 9. Pohon perentang minimum provinsi jawa tengah

Bobot dari pohon perentang di atas merupakan total bobot setiap sisi yang dipilih sebagai pohon perentang minimum, yaitu 1251 km.

Setiap kota terhubung dengan sisi-sisi yang memiliki bobot minimum. Sisi yang terpenting adalah sisi yang menghubungkan antara kota Semarang dan kota Salatiga, karena menghubungkan daerah utara dan selatan provinsi Jawa Tengah. Jika sisi ini tidak ada, maka daerah utara dan selatan tidak terhubung. Kota-kota penting lainnya adalah Solo dan Demak. Solo merupakan pusat penghubung antara kabupaten Klaten, Sukoharjo, Boyolali dan Sragen. Demak merupakan penghubung Semarang, Jepara, Kudus, Purwodadi.

Pohon perentang minimum yang diperoleh dapat dijadikan alat pembuatan kebijakan perbaikan jalan, pembuatan saluran air, penggalian kabel listrik, kabel telepon, dan analisis penempatan usaha yang potensial. Pohon perentang minimum di atas akan meminimumkan biaya perbaikan jalan, biaya pipa saluran air, panjangnya kabel. Sedangkan untuk penempatan usaha bisa dipilih kota yang merupakan pusat dari pohon perentang minimum. Jika ingin membangun usaha di Jawa Tengah bagian Utara, kota Semarang dan Demak merupakan pilihan yang tepat. Sedangkan di bagian selatan, kita dapat memilih Purwodadi dan Solo.

PENUTUP

Pohon perentang minimum dari provinsi Jawa Tengah dapat dicari dengan menggunakan algoritma Sollin dengan mengimplementasikan algoritma Sollin ke dalam bahasa Matlab. Bobot dari pohon perentang minimum provinsi Jawa Tengah adalah 1761 km.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahuja, R. K., Magnanti, T.L & Orlin J.B. 1993. **Network Flows: Theory, algorithm and application**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Chapman, J. C. 2004. **Matlab Programming for Engineers**. Thomson. Australia

- Hanselman, D., Hanselman, D. 2000. **Matlab Bahasa Komputasi**. Penerbit Andi. Yogyakarta.
- Munir, D. 2010. **Matematika Diskrit**. Informatika. Bandung.
- Nash, S. G dan Sofer, A. 1996. **Linear and Nonlinear Programming**. McGraw-Hill: New York.
- Nemhauser, G. L. 1999. **Integer and Combinatorial Optimization**. John Willey and Son: New York.
- Siang, J. J. 2004. **Matematika Diskrit dan aplikasinya**. Penerbit Andi. Yogyakarta.
- Foulds, L. R. 1992. **Graph Theory Applications**. Springer-Verlag: New York.
- Taha, H. A. 1996. **Riset Operasi Suatu Pengantar**. Ed ke-5. Terjemahan Daniel Wijaya. Binarupa Aksara: Jakarta.
- Winston, W. L. 1995. **Introduction to Mathematical Programming 2nd ed**. Duxbury: New York.