Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

PERBANDINGAN KINERJA METODE BARISAN FIBONACCI DAN *REGULA FALSE* DALAM PENENTUAN PERBANDINGAN EMAS

ENDARYONO
Program Studi Informatika
Universitas Indraprasta PGRI
Jalan Raya Tengah Kelurahan Gedong Pasar Rebo Jakarta Timur
Email: endaryono@unindra.ac.id

Abstrak. Banyak metode dalam menentukan perbandingan emas (*golden ratio*) dan diantaranya adalah metode barisan Fibonacci dan regula-falsi fungsi persamaan kuadrat. Tulisan ini bertujuan menganalisa kinerja komputasi metode barisan Fobonacci dan metode *regula-falsi* persamaan kuadrat dalam menentukan nilai perbandingan emas. Penelitian dilakukan dengan eksperimen melalui simulasi program matlab versi 7.1. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode *regula-false* fungsi persamaan kuadrat memberikan kinerja yang lebih baik dalam jumlah iterasi dan waktu *running* dibanding dengan metode barisan Fibonacci pada penentuan nilai perbandingan emas.

Kata Kunci: Perbandingan emas, Fibonacci, *regula-false*

***Abstract**. Many methods of determining the golden ratio and among them are the Fibonacci sequence method and the regula-falsi functions of quadratic equations. This paper aims to analyze the computational performance of the Fibonacci sequence method and the regula-falsi functions of quadratic equations method in determining the value of the gold ratio. The research was carried out by experiments through the simulation of the Matlab program version 7.1. Simulation results show that the regula-falsi functions of quadratic equations method gives better performance in the number of iterations and running time compared to the Fibonacci sequence method in determining the value of the gold ratio.*

***Key words:** golden ratio, Fibonacci, regula-false*

PENDAHULUAN

Nilai perbandingan emas atau *golden ratio* disimbolkan dengan huruf yunani φ (*phi*) telah lama dikenal. Nilai φ berkisar pada 1,618 dan merupakan bilangan irrasional. Penggunaan nilai ini banyak dikenal pada geomateri, seni, arsitektur dan lain-lain. Suatu keindahan dalam seni arsitektur diukur dengan kesesuaian pada nilai perbandingan emas.

Dalam lukisan Monalisa karya seniman Italia, Leonardo da Vinci, terdapat perbandingan tinggi dan lebar lukisan wajah Monalisa adalah 1,618. Bangunan Parthenon di Yunani, perbandingan antar bagian-bagian di daerah tampak depan adalah 1,618.

Perbandingan emas juga terdapat dalam tubuh manusia. Perbandingan antara tinggi dengan jarak antara pusar dan kaki setara 1,618. Jarak antara pergelangan tangan dan siku adalah 1 maka jarak antara ujung jari dan siku akan menjadi 1,618. (Omotehinwa T.O and Ramon S.O, 2013). Dalam tulisan Gabriele Fici (2015), nilai perbandingan emas didapat melalui persamaan rekursif barisan Fibonacci. Jurnal yang ditulis Md. Akhtaruzzaman dan Amir A. Shafie (2011) menuliskan bahwa nilai persamaan emas juga didapat dengan melakukan perbandingan posisi titik pada sebuah segmen garis lurus sedemikian sehingga didapat posisi emas dan persamaan kuadrat. Penelitian oleh Danang Tri Massandy (2012) membandingkan 6 metode numerik dalam penentuan nilai perbandingan emas, yaitu metode bagi dua, regula falsi, lelaran titik tetap, newton raphson, secant dan HouseHolds yang diimplementasikan dalam bahasa fortran 90. Penelitian menyatakan bahwa

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

metode HousHolds cocok digunakan untuk mendapatkan nilai perbandingan emas di antara 5 metode lainnya.

Penelitian ini dilakukan untuk memahami bagaimana kinerja komputasi dari metode barisan Fibonacci dan metode persamaan kuadrat perbandingan posisi titik pada segmen garis lurus dalam penentuan nilai perbandingan emas. Untuk hal tersebut dilakukan eksperimen melalui simulasi program matlab versi 7.1. Diharapkan penelitian dapat menambah hasanah keilmuan para mahasiswa, guru dan peminat matematika dalam memahami kinerja komputasi pada suatu metode.

METODE

Penentuan nilai perbandingan emas dalam tulisan ini menggunakan fungsi rekursif barisan Fibonacci dan fungsi eksplisit persamaan kuadrat dari sebuah segment garis lurus dengan posisi titik bagian emas.

Teori Fibonacci

Teori Fobonacci adalah satu di antara beberapa metode untuk mendapatkan nilai rasio emas. Barsian Fibonacci ditemukan oleh Leonardo da Pisa atau Leonardo Pisano (1175-1250) matematikawan asal Perancis.

Teori Fibonacci didasari oleh suatu permasalahan sepasang kelinci muda, jantan dan betina, diletakkan di suatu pulau. Setelah berumur dua bulan setiap pasangan kelinci akan melahirkan sepasang kelinci baru dengan frekuensi sekali sebulan. Permasalahan, berapa banyak kelinci di sana setelah n bulan? Dalam hal ini di asumsikan tidak ada kelinci yang mati. Permasalahan tersebut dijawab dengan suatu barisan Fibonacci

$F_1=1$, $F_2=1$,
Untuk setiap $n>2$,
$F_n=F_{n-1} + F_{n-2}$ Persamaan (1)
Maka didapat barisan Fibonacci :
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …

Sedangkan nilai perbandingan emas atau *golden ratio* didapatkan dengan cara membandingkan suatu suku dengan suku sesudahnya dalam barisan Fibonacci.

$$G_n = \frac{F_{n+1}}{F_n} \qquad \text{Persamaan (2)}$$

Karena:
$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$
$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$
Sehingga :

$$G_n = \frac{F_{n+1}}{F_n}$$, (Factorizations of the Fibonacci Infinite Word, Gabriele Fici, 2015)

$$G_n = \frac{F_n + F_{n-1}}{F_{n-1} + F_{n-2}} \qquad \text{Persamaan (3)}$$

Bentuk persamaan (3) ini dinamakan fungsi barisan Fibonacci untuk nilai perbandingan emas.
Algoritma persamaan (3) dapat ditulis dalam matlab sebagai berikut:
f(1)=1, f(2)=1 (nilai Fibonacci)
g(1)=1 (nilai awal *golden ratio*)
n=0 (nilai awal iterasi)
er=1 (nilai awal error awal)

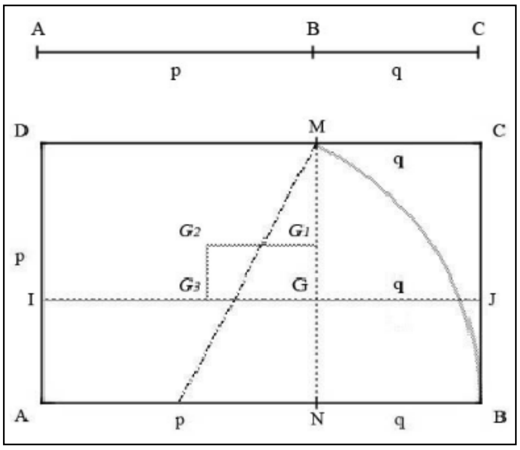
Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

while er > 1e-16 (iterasi berjalan jika error di atas 10^{-16})
n=n+1
f(n+2) = f(n+1) + f(n)
g(n+2)= f(n+1)/f(n)
e(n+2)= abs(((g(n+2)-g(n+1))/g(n+2)))
er=e(n+2)
end

Fungsi Persamaan Kuadrat

Metode lain untuk mendapatkan nilai perbandingan emas φ adalah dengan fungsi eksplisit persamaan kuadrat dari sebuah segment garis lurus dengan posisi titik bagian emas. Metode ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

Diberikan suatu segmen garis lurus AC. Titik B berada di antara AC. Posisi titik B adalah merupakan posisi emas di mana segmen garis AC dibagai menjadi dua bagian p dan q, p = AB dan q = BC. Rasio p dan q ekivalen dengan rasio (p+q) dan p, di mana p > q.(Md. Akhtaruzzaman and Amir A. Shafie, 2011)



Sumber:article.sapub.org/pdf/10.5923.j.arts.20110101.01.pdf
Gambar 1. Segmen Garis AC dan titik B merupakan posisi emas

Berdasarkan uraian tersebut, maka dapat dituliskan suatu persamaan:

$$\varphi = \frac{p}{q} = \frac{p+q}{p}$$

Pada sisi kiri :

$$\varphi = \frac{p}{q}$$

maka

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{\varphi} \qquad \text{Persamaan} \quad (4)$$

Pada sisi kanan:

$$\varphi = \frac{p+q}{p}$$

$$\varphi = \frac{p}{p} + \frac{q}{p}$$

Faktor Exacta ***11 (4)*****: 321-331, 2018**
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

$\varphi = 1 + \frac{q}{p}$ Persamaan (5)

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (5), sehingga:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Kedua ruas masing-masing dikalikan φ

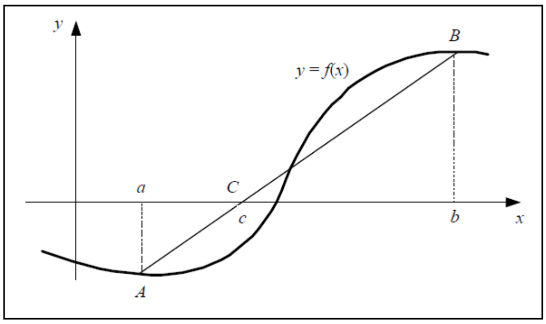
$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ Persamaan (6)

Bentuk persamaan (6) ini merupakan bentuk persamaan kuadrat.

Penyelesaian dari persamaan kuadrat di atas adalah melalui metode numeric posisi palsu (*regula false*). Metode posisi palsu, bahasa Latin, *regula-falsi*, merupakan bagian dari metode tertutup atau metode pengurung (*bracketing method*). Metode ini digunakan untuk menentukan akar-akar dari suatu persamaan kuadrat $f(x)$ yang kontinu dalam selang [a, b]. Dalam selang [a, b] sudah dipastikan berisi minimal satu buah akar. Lelarannya atau iterasinya selalu konvergen atau menuju ke akar persamaan kuadrat dalam selang. Metode tertutup dinamakan juga metode konvergen.

Dalam metode *regula-falsi*, titik A(a, $f(a)$) dan titik B(b, $f(b)$) berada pada kurva $f(x)$. Terdapat titik C yaitu titik perpotongan antara garis AB dengan sumbu x. Garis lurus AB seolah-olah berlaku menggantikan kurva $f(x)$ dan memberikan posisi palsu dari akar. Titik C merupakan taksiran akar yang diperbaiki. (J.B. Phillips, AS.Menawafl, S.R. Carden, 2013)



Gambar 2. Metode Posisi Palsu (R*egula-Falsi*)

Diasumsikan bahwa fungsi *f*(x) kontinu pada interval (a, *f*(a)) dan (b, *f*(b)) dan *f*(a) x *f*(b) < 0 (perkalian fungsi a dan fungsi b adalah negatif). Berdasarkan asumsi tersebut maka:

Gradien garis AB = gradien gari CB

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(b) - f(c)}{b - c}$ Persamaan (7)

Kurva memotong sumbu x di titik c,

maka $f(c) = 0$

Persamaan (7) menjadi:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(b) - 0}{b - c}$$

$$b - c = \frac{f(b)\,.\,(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

$$c = b - \frac{f(b)\,.\,(b-a)}{f(b)-f(a)}$$

Berdasarkan ide metode posisi palsu:

$a_{n+1} = c_n$

$b_{n+1} = b_n$

Persamaan ditulis menjadi:

$$c_{n+1} = b_n - \frac{f(b_n).(b_n - a_n)}{f(b_n)-f(a_n)} \quad \text{Persamaan (8)}$$

Algoritma persamaan (8) dapat ditulis dalam matlab sebagai berikut:

```
a = 1                   (koefisien x^2 )
b = -1                  (koefisen x)
c = -1                  (konstanta  c)
p = 1                   (batas bawah)
q = 2                   (batas atas)
er = 1                  (nilai error)
n = 0                   (putaran iterasi)
while er > 1e-16   (iterasi berjalan e> 10^-16 )
n=n+1,
fp=(a*(p^2))+(b*p)+c           (nilai fungsi p)
fq=(a*(q^2))+(b*q)+c           (nilai fungsi q)
g(n)=q-((fq*(q-p)/(fq-fp)))    (golden ratio)
p=g(n);                        (update nilai batas p)
e(n)=abs((g(n)-p)/g(n))  (nilai error)
er=e(n);                       (update nilai error)
p=g(n);                        (update nilai batas p)
```

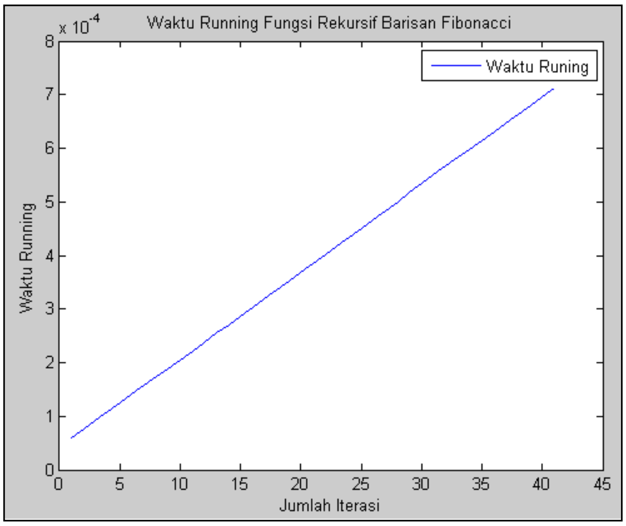
HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian dilakukan dengan simulasi melalui program pada Matlab versi 7.1 dengan hasil yang simulasi sebagai berikut:

Hasil Simulasi Metode Fungsi Barisan Fibonacci

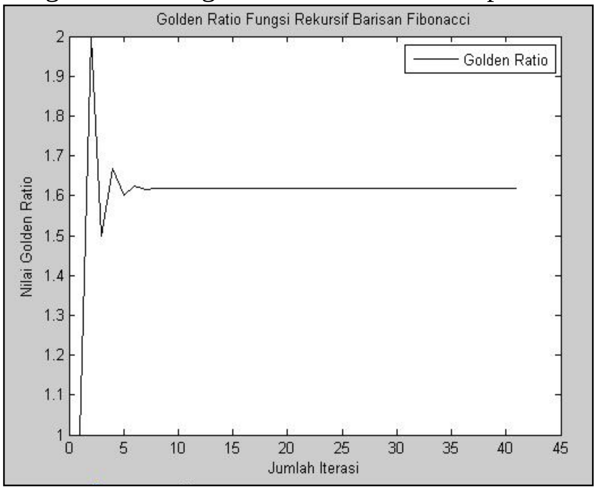
Simulasi metode fungsi barisan fibonacci mengasilkan nilai perbandingan emas (*golden ratio*) atau nilai φ sebesar 1.61803398874989 pada iterasi ke-39 dan waktu *running* sebesar 0.00067885722906. Grafik hasil waktu *running* fungsi rekursif barisan Fibonacci terdapat dalam Gambar 3.

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841



Gambar 3. Grafik Waktu R*unning* pada Fungsi Barisan Fibonacci

Grafik hasil nilai perbandingan emas fungsi barisan Fibonacci tiap iterasi dalam Gambar 4.



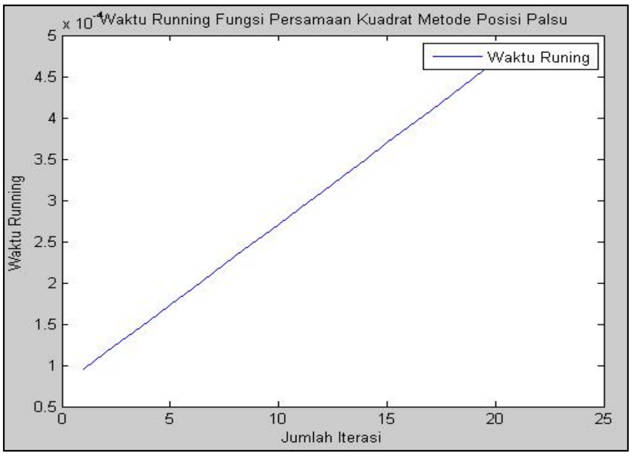
Gambar 4. Grafik Pencapaian Nilai Perbandingan Emas Fungsi Barisan Fibonacci

Hasil Simulasi Metode Numerik Posisi Palsu Fungsi Kuadrat

Pada metode numerik posisi palsu (*regula-falsi*) fungsi kuadrat simulasi mengasilkan nilai perbandingan emas (*golden ratio*) atau nilai φ sebesar 1.61803398874989 pada iterasi ke-19 dan waktu *running* sebesar 0.00046849529759.

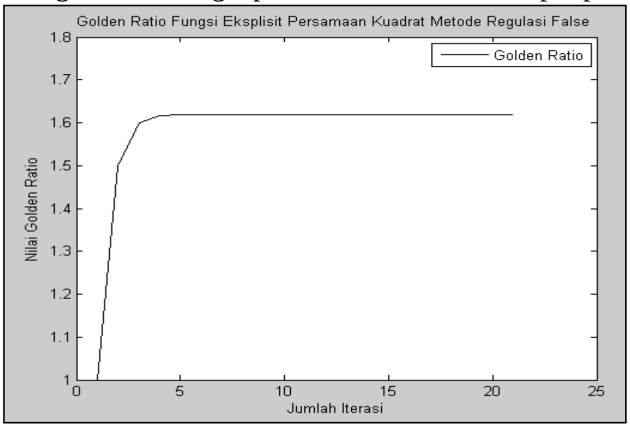
Grafik waktu *running* fungsi persamaan kuadrat terdapat dalam Gambar 5

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841



Gambar 5. Grafik Waktu *Running* pada Fungsi Persamaan Kuadrat

Pencapaian nilai perbandingan emas fungsi persamaan kuadrat terdapat pada gambar 6.



Gambar 6. Grafik Pencapaian Nilai Perbandingan Emas Fungsi Persamaan Kuadrat

Perbandingan Hasil Simulasi antara Metode Fungsi Rekursif Barisan Fibonacci dan Metode Numerik Posisi Palsu Fungsi Kuadrat

Hasil pencapaian nilai perbandingan emas φ antara metode persamaan rekursif barisan Fibonacci dengan metode numerik posisi palsu (*regula-falsi*) persamaan kuadrat mempunyai bentuk yang berbeda. Data pencapaian nilai perbandingan emas masing-masing metode pada tiap iterasi dapat diihat pada tabel 1.

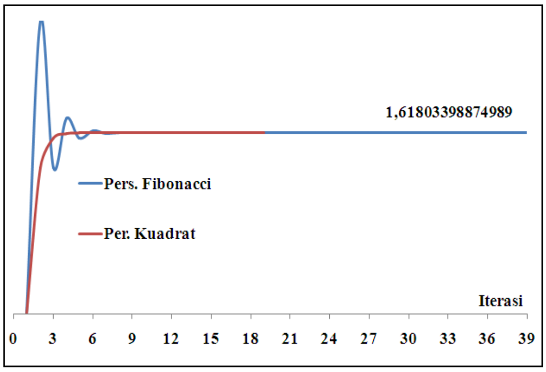
Tabel 1. Nilai Perbandingan emas Metode Barisan Fibonacci dan Metode*Regula Falsi* Persamaan Kuadrat tiap Iterasi

No.	Pers. Fibonacci	Per. Kuadrat
1	1,00000000000000	1,00000000000000
2	2,00000000000000	1,50000000000000
3	1,50000000000000	1,60000000000000
4	1,66666666666667	1,61538461538462
5	1,60000000000000	1,61764705882353
6	1,62500000000000	1,61797752808989
7	1,61538461538462	1,61802575107296
8	1,61904761904762	1,61803278688525
9	1,61764705882353	1,61803381340013

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

10	1,61818181818182	1,61803396316671
11	1,61797752808989	1,61803398501736
12	1,61805555555556	1,61803398820533
13	1,61802575107296	1,61803398867044
14	1,61803713527851	1,61803398873830
15	1,61803278688525	1,61803398874820
16	1,61803444782168	1,61803398874965
17	1,61803381340013	1,61803398874986
18	1,61803405572755	1,61803398874989
19	1,61803396316671	1,61803398874989
20	1,61803399852180	
21	1,61803398501736	
22	1,61803399017560	
23	1,61803398820533	
24	1,61803398895790	
25	1,61803398867044	
26	1,61803398878024	
27	1,61803398873830	
28	1,61803398875432	
29	1,61803398874820	
30	1,61803398875054	
31	1,61803398874965	
32	1,61803398874999	
33	1,61803398874986	
34	1,61803398874991	
35	1,61803398874989	
36	1,61803398874990	
37	1,61803398874989	
38	1,61803398874990	
39	1,61803398874989	

Gambar grafik pencapaian nilai perbandingan emas masing-masing metode pada tiap iterasi dapat diihat pada gambar 7.



Gambar 7. Grafik Pencapaian Nilai Perbandingan Emas Metode Persamaan Barisan Fibonacci dan Metode R*egula-Falsi*) persamaan kuadrat tiap Iterasi

Dari tabel 1 dan gambar 10 dapat dipahami bahwa nilai perbandingan emas sebesar 1,61803398874989 pada metode persamaan rekursif barisan Fibonacci didapatkan pada iterasi ke-39 dan pada metode numerik posisi palsu persamaan kuadrat dicapai pada iterasi ke-19.

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841

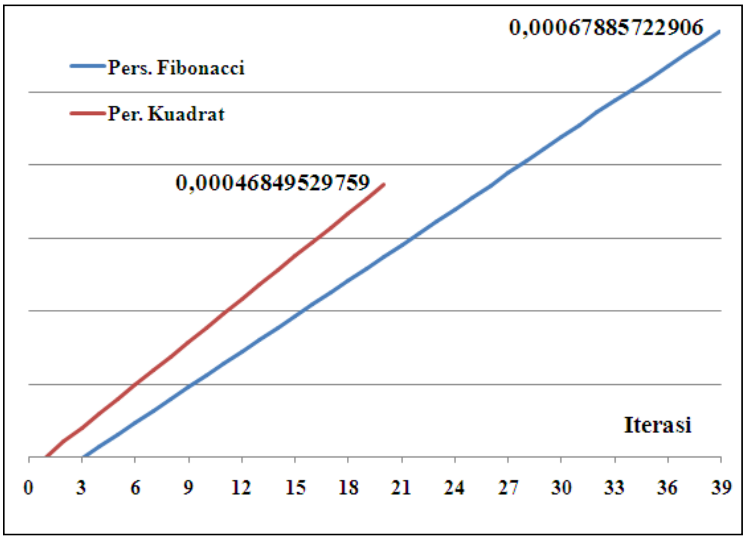
Kemudian, pencapaian perbandingan emas dari kedua metode ditinjau dari lamanya waktu *running*, data tersebut dapat diihat pada tabel 2.

Tabel 2. Nilai Waktu *Running* Metode Barisan Fibonacci dan Metode R*egula Falsi* Persamaan Kuadrat tiap Iterasi

No.	Pers. Fibonacci	Per. Kuadrat
1	0,00005922540435	0,00009498413905
2	0,00007654604147	0,00011509842731
3	0,00009246985301	0,00013465398535
4	0,00010839366456	0,00015393017828
5	0,00012487620633	0,00017348573632
6	0,00014052065276	0,00019304129435
7	0,00015700319454	0,00021259685239
8	0,00017320637120	0,00023215241043
9	0,00018913018275	0,00025170796847
10	0,00020533335941	0,00027098416139
11	0,00022209526630	0,00029053971943
12	0,00023857780807	0,00031037464259
13	0,00025533971496	0,00033020956574
14	0,00027098416139	0,00034976512378
15	0,00028718733806	0,00036987941205
16	0,00030339051472	0,00038943497009
17	0,00031987305649	0,00040899052813
18	0,00033607623315	0,00042826672105
19	0,00035255877493	0,00044866037443
20	0,00036876195159	0,00046849529759
21	0,00038552385848	
22	0,00040144767003	
23	0,00041793021180	
24	0,00043413338846	
25	0,00045061593024	
26	0,00046681910690	
27	0,00048358101379	
28	0,00049978419045	
29	0,00051710482757	
30	0,00053358736934	
31	0,00054979054601	
32	0,00056655245290	
33	0,00058275562956	
34	0,00059840007599	
35	0,00061460325265	
36	0,00063080642931	
37	0,00064700960597	
38	0,00066265405240	
39	0,00067885722906	

Grafik nilai waktu *running* metode persamaan rekursif barisan Fibonacci dan metode numerik posisi palsu (*regula-falsi*) persamaan kuadrat dalam penentuan perbandingan emas pada tiap iterasi dapat diihat pada gambar 8.

Faktor Exacta *11 (4)*: 321-331, 2018
p-ISSN: 1979-276X
e- ISSN: 2502-339X
DOI : 10.30998/faktorexacta.v11i4.2841



Gambar 8. Grafik Nilai Waktu *Running* Metode Barisan Fibonacci dan Metode R*egula Falsi* Persamaan Kuadrat dalam Penentuan Perbandingan Emas

Dari tabel 2 dan gambar 8 dapat dipahami bahwa waktu *running* yang dibutuhkan untuk mencapai nilai perbandingan emas φ pada metode persamaan rekursif barisan Fibonacci adalah 0,00067885722906 dan metode numerik posisi palsu persamaan kuadrat adalah 0,00046849529759.

PENUTUP

Simpulan

Simulasi menghasilkan pada nilai *error* $1x10^{-16}$ didapat nilai perbandingan emas (φ) sebesar 1,61803398874989 pada metode persamaan rekursif barisan Fibonacci terjadi pada iterasi ke-39 dengan waktu *running* 0.00067885722906. Pada metode numerik regula falsi fungsi persamaan kuadrat terjadi pada iterasi ke-21 dengan waktu *running* 0.00049671117419.

Hasil ini menunjukkan bahwa penggunaan metode numerik regula falsi fungsi persamaan kuadrat memberikan kinerja yang lebih baik dibanding dengan penggunaan fungsi rekursif barisan Fibonacci dalam penentuan nilai perbandingan emas.

Hasil penelitian ini tidak bisa dibandingkan dengan penelitian yang dilakukan Danang Tri Massandy (2012) menyatakan metode HousHolds cocok digunakan untuk mendapatkan nilai perbandingan emas. Penelitian Danang Tri massandy membandingkan kinerja enam metode yang seluruhnya merupakan fungsi eksplisit. Penelitian dalam tulisan ini membandingkan antara fungsi rekursif barisan Fibonacci dan fungsi eksplisit persamaan kuadrat dengan metode numerik regula falsi.

Saran

Simulasi menghasilkan nilai *error*, waktu running dan perbandingan emas pada 14 digit setelah koma. Dimungkinkan dilakukan penelitian lanjutan dengan menggunakan jenis komputer yang lebih baik dalam kecepatan proses dan kapasitas memori sehingga menghasilkan penghitungan yang lebih cepat dan teliti dengan meotde lain.

DAFTAR PUSTAKA

Omotehinwa T.O and Ramon S.O, 2013, Fibonacci Numbers and Golden Ratio in Mathematics and Science”. *International Journal of Computer and Information Technology* (ISSN: 2279 – 0764), Volume 02– Issue 04, July 2013.

Tersedia: https://www.ijcit.com/archives/volume2/issue4/Paper020414.pdf

Gabriele Fici. 2015. Factorizations of the Fibonacci Infinite Word". *Journal of Integer Sequences*, Vol. 18 (2015), Article 15.9.3.
Tersedia: https://cs.uwaterloo.ca/journals/JIS/VOL18/Fici/fici5.pdf

Md. Akhtaruzzaman and Amir A. Shafie. 2011. Geometrical Substantiation of Phi, the Golden Ratio and the Baroque of Nature, Architecture Design and Engineering". *International Journal of Arts.* 2011; 1(1):1-22. DOI: 10.5923/j.arts.20110101.01.
Tersedia: http://article.sapub.org/pdf/10.5923.j.arts.20110101.01.pdf

J.B. Phillips, AS.Menawafl, S.R. Carden. 2013. Modification of the Regula Falsi Method to Accelerate System Convergence in the prediction of trace quantities of atmospheric pollutants". *Jounal of Hazardous Materals*. 44 (1195) 25-35.
Tersedia: https://eurekamag.com/pdf/009/009033731.pdf

Danang Tri Massandy. Perhitungan Nilai Golden Ratio dengan Beberapa Algoritma Solusi Persamaan Nirlanjar, *Makalah IF4058 Topik Khusus Informatika I–Sem.II Tahun 2011/2012*
Tersedia:http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/MetNum/2011-2012/Makalah2012/MakalahIF4058-2012-003.pdf

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Golden_ratio.html, uraian pada baris ke-16