
DINAMIKA MODEL PREDATOR HAMA WERENG BATANG COKELAT (*Nilaparvata lugens*) PADA TANAMAN PADI DENGAN PENERAPAN PESTISIDA

IIM ABDUL KARIM

Program Studi Teknik Industri
Fakultas Teknik dan Ilmu Komputer
Universitas Indraprasta PGRI

Jl. Nangka No. 58 C, Tanjung Barat, Jagakarsa, Jakarta Selatan 12530
Email: iimabdulkarim2@gmail.com

Abstract. In this paper, the mathematical model we discuss the interactions among pests, predators, and effect of pesticides. Interactions between predators and pests use functional responses of Holling type I and type II and the growth of susceptible pests classes satisfied the logistic function. By this model, the existence and stability of the equilibrium point were performed. The existence of the equilibrium point, and were obtained which depend on the threshold parameter, while the equilibrium point did not depend on the parameter. The analysis of equilibrium point stability by this model discussed only on the local stability. To facilitate interpretation of the dynamics between predators, pests and the effects of pesticides, numerical simulations perform indicated by the changes in two parameters bifurcation analysis.

Keywords: Pest predator model, stability, numerical simulation, bifurcation

Abstrak. Pada artikel ini, akan dibahas suatu model matematika yang menunjukkan dinamika pertumbuhan antara hama, predator, dan efek pemberian pestisida. Interaksi yang terjadi menggunakan respon fungsional Holling tipe I dan Holling tipe II, dan pertumbuhan hama kelas rentan memenuhi fungsi logistik. Dari model ini, dilakukan analisis mengenai eksistensi dan kestabilan titik ekuilibrium. Dari analisis diperoleh eksistensi titik ekuilibrium E_0 , E_1 , E_2 , dan E_3 bergantung parameter ambang batas (\mathfrak{R}_0), sedangkan titik ekuilibrium E_4 tidak bergantung parameter \mathfrak{R}_0 . Analisis kestabilan titik ekuilibrium model ini, hanya membahas kestabilan lokal. Interpretasi dinamika antara predator, hama, dan efek pestisida dilakukan simulasi numerik, yang ditunjukkan dengan perubahan parameter menggunakan analisis bifurkasi dua parameter.

Kata kunci: Model predator hama, titik ekuilibrium, simulasi numerik, bifurkasi

PENDAHULUAN

Hama Wereng batang Cokelat (*Nilaparvita lugens*) merupakan hama yang sering ditemukan di tanaman padi, hama ini dapat merusak tanaman padi dengan cara mentransfer virus baik langsung maupun tidak langsung. Secara tidak langsung hama WBC dapat mentransfer tiga virus yang berbahaya bagi tanaman padi, yaitu virus kerdil hampa, virus kerdil rumput tipe I, dan virus kerdil rumput tipe II. Virus tersebut menyebabkan kerusakan tanaman padidiantaranya daun dan batang menjadi kuning dan kering seperti disiram air panas (Oka, 1995). Sehingga perlu ada usaha untuk mengendalikan hama, dengan cara mengetahui dinamika laju pertumbuhan, dan kematian hama WBC. Selain merusak langsung dengan mengisap cairan tanaman, hama wereng cokelat juga sebagai vektor penyebar penyakit virus yang menyebabkan tanaman padi puso. Negara-negara yang paling banyak merasakan dampak serangan wereng dan yang paling banyak mengeluarkan dana untuk pengendaliannya adalah China, Vietnam, Thailand, Filipina, Malaysia, dan Indonesia (Se, Made, & Mejaya, 2014)

Dinamika antara predator dan hama, merupakan topik utama pada artikel ini, berguna untuk mengetahui penyebaran hama di suatu ekosistem tanaman padi. Sehingga perlu

memodelkan dinamika predator dan hama, yang terdiri dari laju perubahan populasi predator dan populasi WBC sebagai mangsa, model *predator prey* ini pertama kali dikemukakan oleh Lotka Volterra. Model *predator prey* banyak dikembangkan oleh ilmuwan salahsatunya dikembangkan oleh Kar *et al* (2012). Pada model ini peneliti mengembangkan model yang dikembangkan oleh Kar *et al.*(2012). Hama WBC mempunyai jenis jasad renik yang menginfeksi hama yang lainnya. Jasad renik ini menginfeksi melalui kulit dan menginfeksi masuk pencernaan melalui makanan (Baehaki, 2005). Dari fakta yang terjadi, pada model ini, akan dikembangkan, populasi hama dibagi menjadi dua kelas, yang terdiri dari populasi kelas hama rentan, dan kelas hama terinfeksi.

Berbeda dengan model yang dikembangkan oleh Kar *et al.* (2012), dalam artikel ini, diterapkan pada populasi predator kepik dan hama WBC di ekosistem tanaman padi. Kemudian pada model ini, ditambahkan efek pemberian pestisida, yaitu zat kimia yang dapat membunuh hama WBC maupun predator. Unsur penting dalam model ini adalah respon fungsional oleh Holling (1959), yaitu fungsi yang menggambarkan banyak mangsa yang dikonsumsi oleh pemangsa persatuan waktu, dan fungsi logistik pada sistem hama rentan oleh Verhulst (1830). Penggunaan pestisida yang tidak tepat dapat memberikan akibat samping keracunan. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi ketidaktepatan penggunaan pestisida antara lain tingkat pengetahuan, sikap/perilaku pengguna pestisida, penggunaan alat pelindung, serta kurangnya informasi yang berkaitan dengan resiko penggunaan pestisida (Raini, 2007)

Secara umum, penelitian ini bertujuan untuk mempelajari model matematika tentang dinamika predator dan hama dan pengaruh pemberian pestisida, diharapkan dapat mengetahui seberapa pengaruh pestisida untuk menekan laju pertumbuhan hama WBC dan kepik sebagai predator, yang akibatnya berpengaruh terhadapantisipasi kerusakan pada tanaman padi.

METODE

Penelitian diawali dengan mengumpulkan berbagai informasi yang terkait dinamika antara predator dengan hama WBC pada ekosistem tanaman padi. Informasi yang diperlukan berupa fakta-fakta terkait dinamika kepik predator dan hama WBC dengan efek pestisida. Asumsi-asumsi yang digunakan disusun untuk memberikan informasi tambahan yang tidak diperoleh dari fakta-fakta di lapangan guna membantu memudahkan analisis suatu sistem.

Bentuk persamaan matematika dari model tersebut, dirumuskan dengan memperhatikan diagram transfer yang menggambarkan dinamika predator, hama WBC, dan efek pestisida pada ekosistem tanaman padi. Model matematika yang dihasilkan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear (Ross, 1989). Analisis yang dilakukan terhadap sistem adalah penentuan eksistensi titik ekuilibrium yang bergantung parameter, kriteria kestabilan titik ekuilibrium, dan bifurkasi yang dibentuk dalam diagram dua parameter.

Dalam simulasi ini, dilakukan dengan bantuan program MAPLE. Selanjutnya, nilai parameter u dan β diperoleh dari masing-masing kasus pada diagram bifurkasi. Selanjutnya, simulasi model dibandingkan dengan simulasi model predator hama dengan pemberian pestisida sebanyak dua kali. Hasil simulasi berupa potret fase yang menggambarkan dinamika predator hama, dengan penerapan pestisida.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Formulasi

Dinamika antara predator dan WBC akan terjadi respon pemangsaan. Hal ini menurut Hoper dan King (1996), respon pemangsaan atau laju pemangsaan predator yang ditunjukkan oleh individu musuh alami terhadap berbagai kepadatan mangsa dinyatakan sebagai respon fungsional musuh alami, misalnya dengan penambahan ketersediaan mangsa, setiap musuh alami akan menyerang lebih banyak mangsa. Untuk mempelajari respon fungsional predator, ada beberapa hal yang harus diperhatikan seperti variasi umur dan ukuran predator maupun mangsanya, serta perlu dihindari masalah agregasi predator saat pemangsaan, (Kidd dan Jervis, 1996).

Berdasarkan fakta-fakta yang dibentuk beberapa asumsi-asumsi yang terjadi antara predator dan hama, yaitu [A1] dalam satu wilayah hanya terdapat populasi predator kepik dan hama WBC saja.

[A2] Populasi hama dibagi menjadi dua kelas berbeda, yaitu populasi hama rentan dinotasikan dengan S , dan populasi hama terinfeksi dinotasikan dengan I .

[A3] Hama kelas rentan mampu berproduksi dengan hukum logistik, sedangkan hama yang terinfeksi tidak dapat berproduksi seperti yang disebutkan oleh Hamilton (1990).

[A4] Modus penularan penyakit mengikuti hukum sederhana aksi masa dan menyebar diantara populasi hama rentan, populasi hama terinfeksi tidak akan sembuh atau menjadi kebal.

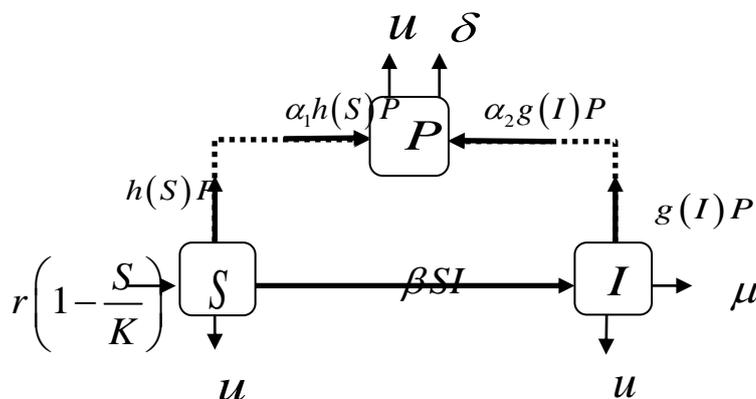
[A5] Waktu penanganan hama terinfeksi diabaikan karena predator lebih mudah memangsa hama yang terinfeksi dibandingkan dengan hama yang rentan. Akibatnya, digabungkan dua respon fungsional yang berbeda, yaitu Holling tipe I dan II, dengan fungsi fungsional $h(S) = \gamma S / (a + S)$, dan $g(I) = mI$.

[A6] Pada populasi hama terinfeksi terdapat kematian alami dan pada seluruh populasi baik hama maupun predator terdapat kematian akibat efek pemberian pestisida dengan masing-masing laju kematian sama.

Berdasarkan asumsi yang diberikan, disusun model matematika dinamika predator hama wereng batang coklat (*Nilaparvata lugens*) pada tanaman padi dengan penerapan pestisida. Dalam model ini, jumlah populasi predator dinotasikan dengan P , populasi hama dibagi menjadi dua kelas, yaitu jumlah populasi hama kelas rentan dinotasikan dengan S dan jumlah populasi kelas terinfeksi dinotasikan dengan I . Individu pada kelas rentan adalah kelompok hama sehat yang tidak berpenyakit, tetapi kemungkinan dapat terinfeksi penyakit serangga. Individu pada kelas terinfeksi adalah kelompok hama yang terinfeksi penyakit serangga.

Model matematika dinamika predator hama WBC (*Nilaparvata lugens*) pada tanaman padi dengan penerapan pestisida dipengaruhi oleh beberapa faktor, diantaranya laju pertumbuhan populasi hama r , laju kematian alami hama terinfeksi μ , laju kematian alami predator δ , laju kematian predator, hama rentan, maupun hama terinfeksi akibat pestisida u , laju interaksi antara hama rentan dan hama terinfeksi βSI , tingkat pemangsaan hama terinfeksi oleh predator m , tingkat pemangsaan hama rentan oleh predator γ , koefisien ambang batas kelahiran hama rentan K , konstanta penyerapan pada fungsi respon Holling tipe II a , peluang koefisien pemangsaan hama rentan α_1 , dan peluang koefisien pemangsaan hama terinfeksi α_2 .

Berdasarkan fakta-fakta, asumsi-asumsi, dan parameter-parameter disusun diagram kompartemen dinamika predator hama. Diagram kompartemen ini, untuk membangun model matematika dan digambarkan pada gambar berikut.



Gambar 1 Diagram Kompartemen Model Matematika

Dari diagram kompartemen Gambar (1), diperoleh sistem persamaan diferensial untuk populasi predator dan hama sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= rS \left(1 - \frac{S}{K} \right) - \beta SI - \frac{\gamma SP}{a+S} - uSa \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - mIP - (\mu + u)I \\ \frac{dP}{dt} &= \frac{\alpha_1 \gamma SP}{a+S} + \alpha_2 mIP - (\delta + u)P. \end{aligned} \quad (1)$$

dengan S, I , dan P positif atau nol serta parameter-parameter $r, \gamma, a, K, m, \mu, \delta, \alpha_1, \alpha_2, u$, dan β merupakan konstanta positif.

Model matematika (1) mempunyai syarat awal $\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ dengan domain $\Phi \in \mathbb{R}^3_+$, yaitu $\phi_1 = S(0), \phi_2 = I(0)$, dan $\phi_3 = P(0)$. Untuk memenuhi pemaknaan secara biologi, maka diasumsikan $\phi \geq 0$. Adapun keterbatasan solusinya, akan dijelaskan oleh lemma berikut.

Lemma 1.1 *Solusi dari Sistem (1) terbatas dan berada di dalam ψ , yaitu:*

$$\psi = \left\{ (S, I, P) \in \mathbb{R}^3_+ : W = S + I + P \leq \frac{L}{\Omega}, L = \frac{K(r + \Omega)^2}{4r}, \Omega = \min [(\mu + u), (\delta + u)] \right\}$$

Eksistensi Titik Ekuilibrium

Eksistensi titik ekuilibrium Sistem (1) diberikan dalam teorema berikut. Diberikan himpunan $\psi \in \mathbb{R}^3_+$, dengan

Teorema 1.2 *Diberikan $\mathfrak{R}_0 = \frac{Kr}{Ku + r \cdot \min \{ \eta, \varphi \}}$, dengan $\eta = \frac{\mu + u}{\beta}$, dan*

$\varphi = \frac{a(\delta + u)}{\alpha_1 \gamma - (\delta + u)}$ dan Sistem (1). Berdasarkan nilai \mathfrak{R}_0 tersebut diperoleh

1. *Jika $\mathfrak{R}_0 < 1$ dan $\varphi < 0$ maka Sistem (1). hanya mempunyai satu titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium $E_0(0, 0, 0)$.*
2. *Jika $\mathfrak{R}_0 < 1$ dan $\varphi > 0$ maka Sistem (1) hanya mempunyai dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium $E_0(0, 0, 0)$, $E_1(K(r - u)/r, 0, 0)$.*
3. *Jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\eta < \varphi$ maka Sistem (1) mempunyai tiga titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium E_0 , E_1 dan titik ekuilibrium $E_2(S_2, I_2, 0)$ dengan $S_2 = \eta I_2 = \frac{r(\mathfrak{R}_1 - 1)}{\beta \mathfrak{R}_1}$ dengan $\mathfrak{R}_1 = \frac{Kr}{Ku + r\eta}$.*
4. *Jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\varphi < \eta$ maka Sistem (1) mempunyai tiga titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium E_0 , E_1 dan titik ekuilibrium $E_3(S_3, 0, P_3)$ dengan $S_3 = \varphi, P_3 = \frac{r(a + \varphi)(\mathfrak{R}_2 - 1)}{\gamma \mathfrak{R}_2}$, dan $\mathfrak{R}_2 = \frac{Kr}{Ku + r\varphi}$.*

5. jika $\eta < S_4 < \varphi$ maka Sistem (1) mempunyai titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium

$$E_4 = (S_4, I_4, P_4) \text{ dengan nilai } I_4 = \frac{(\delta + u)}{\alpha_2 m} - \frac{\alpha_1 \gamma S_4}{\alpha_2 m(a + S_4)}, \text{ dan } P_4 = \frac{\beta S_4 - (\mu + u)}{m},$$

$$\text{dan } S_4 = \frac{-D_2 + \sqrt{(D_2^2 - 4D_1 D_3)}}{2D_1} \text{ dengan}$$

$$D_1 = \alpha_2 m r,$$

$$D_2 = -\alpha_2 m r K + \alpha_2 m r - \alpha_1 \beta \gamma K + \alpha_2 \beta \gamma K + \alpha_2 \mu u K + \beta K \delta$$

$$D_3 = -\alpha_2 m K - \alpha_2 \gamma K \mu - \alpha_2 \gamma K u + \alpha_2 \mu u K + a \beta \delta K + a \beta K u.$$

Analisis Kesetabilan Lokal Titik Ekuilibrium

Pada langkah selanjutnya akan dilakukan analisis kesetabilan titik-titik ekuilibrium Sistem (1).

Teorema 1.3 Diberikan $\mathfrak{R}_0 = \frac{Kr}{Ku + r \cdot \min\{\eta, \varphi\}}$ dengan $\varphi = \frac{a(\delta + u)}{\alpha_1 \gamma - (\delta + u)}$, dan $\eta = \frac{\mu + u}{\beta}$

serta titik ekuilibrium E_0 Sistem (1).

1. Jika $\mathfrak{R}_0 < 1$ dan $\varphi < 0$ maka titik ekuilibrium E_0 stabil asimtotik lokal.
2. Jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\varphi > 0$ maka titik ekuilibrium E_0 tidak stabil.

Teorema 1.4 Diberikan $\mathfrak{R}_0 = \frac{Kr}{Ku + r \cdot \min\{\eta, \varphi\}}$ dengan $\varphi = \frac{a(\delta + u)}{\alpha_1 \gamma - (\delta + u)}$, dan $\eta = \frac{\mu + u}{\beta}$

serta titik ekuilibrium E_0 Sistem (1).

1. Jika $\mathfrak{R}_0 < 1$ maka titik ekuilibrium E_1 stabil asimtotik lokal.
2. Jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\eta < \varphi$ maka titik ekuilibrium E_1 tidak stabil.

Teorema 1.5 Diberikan $\mathfrak{R}_b = \frac{\beta \mathfrak{R}_1 (a + \eta)(\delta + u)}{\alpha_1 \beta \gamma \eta \mathfrak{R}_1 + (a + \eta) \alpha_2 m r (\mathfrak{R}_1 - 1)}$, dengan nilai $\eta = \frac{\mu + u}{\beta}$ dan

$$\mathfrak{R}_a = \frac{4\beta K^2 (\mathfrak{R}_1 - 1)}{r \eta \mathfrak{R}_1} \text{ dengan nilai } \mathfrak{R}_1 = \frac{Kr}{Ku + r \eta} \text{ titik ekuilibrium } E_1 \text{ Sistem (3.1). Jika}$$

$\mathfrak{R}_a > 0$ dan $\mathfrak{R}_b > 1$ maka titik ekuilibrium E_2 stabil asimtotik lokal pada Sistem (1).

Teorema 1.6 Diberikan, $\mathfrak{R}_d = \frac{u}{r} + \frac{2\varphi}{K} + \frac{a(\mathfrak{R}_2 - 1)}{\mathfrak{R}_2 (a + \varphi)}$ dengan $\varphi = \frac{a(\delta + u)}{\alpha_1 \gamma - (\delta + u)}$ dan

$$\mathfrak{R}_c = \frac{mr(a + \varphi)(\mathfrak{R}_2 - 1) + \gamma \mathfrak{R}_2 (\mu + u)}{\beta \varphi \gamma \mathfrak{R}_2} \text{ dengan } \mathfrak{R}_2 = \frac{Kr}{Ku + r \varphi} \text{ titik ekuilibrium } E_3 \text{ Sistem (3.1). Jika}$$

$\mathfrak{R}_c > 0$ dan $\mathfrak{R}_d > 1$ maka titik ekuilibrium E_3 stabil asimtotik lokal pada Sistem (1).

Teorema 1.7 Diberikan $H_1 = S_4 C_1 l_2 - \left(\alpha_2 m^2 S_4 I_4 P_4 C_1 + \frac{C_2 \beta \gamma m S_4 I_4 P}{a + S_4} \right)$, dan

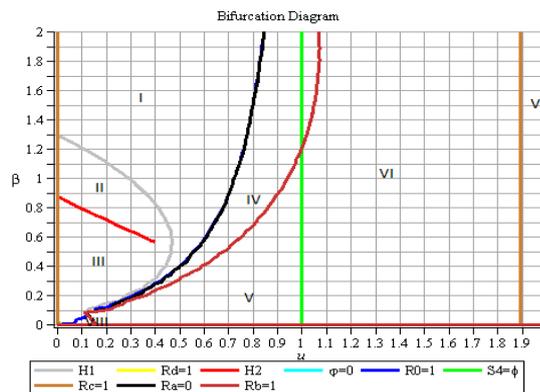
$$H_2 = S_4 - \max \left\{ \frac{a \alpha_1}{\alpha_2}, \sqrt{\frac{\gamma P_4 K}{r}} - a \right\},$$

dengan $l_2 = \alpha_2 m^2 I_4 P_4 + \beta^2 S_4 I_4 + \frac{a\alpha_1 \gamma^2 S_4 P_4}{(a + S_4)^2}$ dan $C_1 = \frac{r}{K} - \frac{\gamma P_4}{(a + S_4)^2}$, titik ekuilibrium E_4

Sistem (3.1). Jika $H_1 > 0$ dan $H_2 > 0$ maka titik ekuilibrium E_4 stabil asimtotik lokal pada Sistem (1).

Simulasi Numerik Sistem

Fungsi-fungsi parameter diperoleh dari syarat kestabilan dari teorema sebelumnya. Selanjutnya, masing-masing fungsi parameter disketsakan dalam bidang kartesius dengan u sebagai absis dan β sebagai koordinat. Sketsa grafik fungsi-fungsi parameter itu dinamakan diagram parameterisasi atau diagram bifurkasi. Adapun diagram bifurkasi dari yang dimaksud dapat dilihat pada gambar berikut.

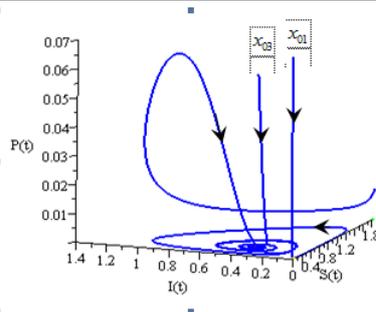


Gambar 1 Tabel Diagram Bifurkasi Dua Parameter

Berdasarkan nilai-nilai parameter yang diberikan pada Tabel (1), akan dibahas simulasi numerik Sistem (1) yang merupakan dinamika antara predator dan hama dengan satu kali pemberian pestisida. Simulasi numerik ini, dibahas berdasarkan masing-masing kasus pada diagram bifurkasi pada Gambar (1).

Simulasi Sistem (1) pada Kasus I

Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel (1), pada kasus ini diberikan nilai parameter $u = 0.4$ dan $\beta = 1.4$. Dari hasil perhitungan nilai parameter ter-sebut, diperoleh nilai $\mathfrak{R}_0 = 1.92$, $\mathfrak{R}_a = 67.8$, $\mathfrak{R}_b = 1.48$. Akibatnya, menurut Teorema (1.2) (3) jika diberikan $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\eta < \varphi$ maka Sistem (1) memiliki tiga titik ekuilibrium yaitu $E_0 = (0,0,0)$, $E_1 = (1.8,0,0)$, dan $E_2 = (0.35,0.23,0)$. Selanjutnya, untuk kriteria kestabilan titik ekuilibrium dibahas oleh Teorema (1.3) dan (1.4), menyatakan bahwa untuk $\mathfrak{R}_0 > 1$ titik ekuilibrium E_0 dan E_1 tidak stabil. Selanjutnya pada Teorema (1.5) menyatakan untuk $\mathfrak{R}_a > 0$ dan $\mathfrak{R}_b > 1$ titik ekuilibrium E_2 stabil asimtotik lokal. Akibatnya bisa dilihat dari potret fase dibawah ini dengan nilai awal $x_{01} = (0.01, 0.02, 0.07)$, $x_{02} = (1.89, 0.01, 0.01)$, dan $x_{03} = (0.36, 0.34, 0.06)$ sebagai berikut.



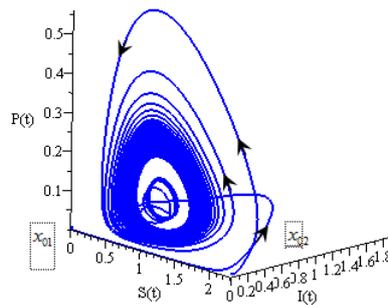
Gambar 2 Potret Fase Sistem (1) pada Kasus I

Pada Gambar (2) diberikan nilai awal yang berbeda, terlihat pada waktu t tertentu bahwa solusi konvergen ke E_2 . Dalam artian ketika diberikan nilai awal yang berbeda, pada waktu awal populasi predator akan turun mendekati E_0 , dan seiring jumlah populasi predator minimum dalam waktu t tertentu, solusi akan menjauhi E_0 dan konvergen ke E_2 . Hal yang berbeda, ketika diberikan pada waktu awal yang lainnya maka terlihat populasi predator akan naik menjauhi E_1 , tetapi setelah jumlah populasi predator maksimum pada waktu t tertentu jumlah populasi predator akan turun drastis sampai jumlah populasi predator minimum, kemudian seiring waktu itu, jumlah populasi S dan populasi I akan naik, kemudian turun, dan sebaliknya berulang-ulang berputar mengelilingi E_2 membentuk spiral yang stabil.

Dinamika yang dapat dilihat dari kasus ini, adalah ketika jumlah hama konstan jumlah populasi predator akan cepat turun, dikarenakan cadangan makanan predator berkurang. Selanjutnya, setelah jumlah populasi predator mencapai minimum maka jumlah populasi hama rentan, dan hama terinfeksi akan naik kemudian turun berulang-ulang mengelilingi nilai tertentu sehingga dalam waktu yang tertentu, populasi hama akan konvergen ke suatu nilai. Hal ini terjadi karena faktor predator untuk menekan laju pertumbuhan hama tidak signifikan lagi, tetapi yang berperan untuk menekan jumlah populasi hama pada saat jumlah populasi predator turun, adalah faktor pestisida, dan penyakit serangga yang menular dari hama terinfeksi ke kelas hama rentan.

Simulasi Sistem (1) pada Kasus II

Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel (1), pada kasus ini, diberikan nilai parameter $u = 0.2$, dan $\beta = 0.8$. Dari hasil perhitungan nilai parameter ter-sebut, diperoleh nilai $\mathfrak{R}_0 = 3.07$, $\mathfrak{R}_a = 51.8$, $\mathfrak{R}_b = 0.77$, $\eta = 0.37$, $\varphi = 4$, $S_4 = 0.92$, $H_1 = 0.03$, dan $H_2 = 0.18$. Pada Teorema (1.2) (3) dan (5) jika $\mathfrak{R}_0 > 1$, $\eta < \varphi$, dan $\eta < S_4 < \varphi$ maka Sistem (1) memiliki empat titik ekuili-brium yaitu titik $E_0 = (0, 0, 0)$, $E_1 = (2.4, 0, 0)$, $E_2 = (0.37, 0.8, 0)$, dan $E_4 = (0.92, 0.35, 0.11)$. Selanjutnya, untuk kriteria kestabilannya dibahas pada Teorema (1.3) dan (1.4) menyatakan bahwa untuk $\mathfrak{R}_0 > 1$ titik ekuilibrium E_0 dan E_1 tidak stabil. Hal yang sama pada Teorema (1.2) untuk $\mathfrak{R}_b < 1$ titik ekuilibrium E_2 tidak stabil, tetapi pada Teorema (1.7) menyatakan bahwa untuk $H_1 > 0$, dan $H_2 > 0$ titik ekuilibrium E_4 stabil asimtotik lokal. Sehingga bisa dilihat dari gambar potret fase dengan nilai awal $x_{01} = (0.07, 0.01, 0.01)$ dan $x_{02} = (2.89, 0.01, 0.01)$ sebagai berikut.



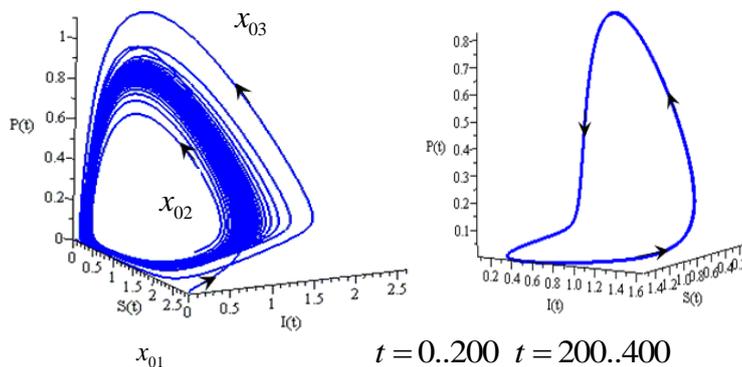
Gambar 3 Potret Fase Sistem (1) pada Kasus II

Pada Gambar (3), diberikan nilai awal berbeda terlihat pada waktu t yang tertentu maka solusi akan konvergen ke E_4 . Pada waktu awal jumlah populasi predator pada waktu t tertentu akan naik mencapai nilai maksimum, kemudian akan turun kembali berulang-ulang sehingga mengelilingi E_4 sampai konvergen membentuk spiral. Selanjutnya, ketika jumlah populasi predator naik, jumlah populasi hama akan cenderung turun tetapi jika jumlah populasi predator turun, maka jumlah populasi hama akan cenderung naik atau tetap. Hal ini dikarenakan faktor pemangsaan, dan faktor pemangsaan hama kelas terinfeksi lebih mudah dibandingkan hama kelas rentan.

Dinamika yang bisa dipelajari dari parameter yang diberikan pada kasus ini, ketika waktu yang tertentu, faktor yang paling mempengaruhi untuk menekan jumlah populasi hama adalah predator, efek pestisida, dan penyakit serangga. Hal ini dikarenakan jumlah populasi predator lebih tinggi dibandingkan populasi hama, sehingga pemangsaan efektif dilakukan oleh predator. Selanjutnya, ketika jumlah populasi hama turun maka faktor pestisida, dan penyakit serangga sangat dibutuhkan untuk menekan jumlah populasi hama.

Simulasi Sistem (1) pada Kasus III

Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel (1), pada kasus ini diberikan nilai parameter $u = 0.05$ dan $\beta = 0.8$. Dari hasil perhitungan nilai parameter ter-sebut, diperoleh nilai $\mathfrak{R}_0 = 8.88$, $\mathfrak{R}_a = 136.32$, $\mathfrak{R}_b = 0.66$, $\eta = 0.18$, $\varphi = 3.21$, $S_4 = 1.18$, $H_1 = 0.04$, dan $H_2 = -0.07$. Selanjutnya, menurut Teorema (1.2) jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ dan $\eta < S_4 < \varphi$, maka Sistem (1) memiliki empat titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium $E_0 = (0, 0, 0)$, $E_1 = (2.85, 0, 0)$, $E_2 = (0.19, 1.11, 0)$, dan $E_4 = (1.18, 0.24, 0.19)$. Selanjutnya, untuk kriteria kestabilannya dibahas pada Teorema (1.3) dan Teorema (1.4) menyatakan jika $\mathfrak{R}_0 > 1$ maka titik ekuilibrium E_0 dan E_1 tidak stabil. Hal yang sama, pada Teorema (1.5) karena $\mathfrak{R}_b < 1$ maka titik ekuilibrium E_2 tidak stabil. Selanjutnya, pada Teorema (1.7), karena terdapat nilai $H_2 < 0$ maka titik ekuilibrium E_4 tidak stabil. Sehingga bisa ditunjukkan dengan nilai awal $x_{01} = (0.07, 0.01, 0.01)$, $x_{02} = (2.89, 0.01, 0.01)$, dan $x_{03} = (1.2, 0.88, 0.01)$ sebagai berikut.



Gambar 4 Potret Fase Sistem (1) pada Kasus III

Pada Gambar (4), diberikan nilai awal berbeda, terlihat pada waktu t tertentu, maka solusi tidak konvergen ke titik E_0 , E_1 , E_2 , dan E_4 , tetapi solusi membentuk periodik stabil. Pada kasus III terlihat, pada waktu awal jumlah populasi predator akan naik sampai mencapai nilai maksimum kemudian pada waktu t tertentu, jumlah populasi predator akan turun kembali sehingga berulang-ulang mengelilingi E_2 membentuk periodik stabil. Selanjutnya, ketika jumlah populasi predator naik, jumlah populasi hama akan cenderung turun, hal ini dikarenakan faktor pemangsaan, sebaliknya ketika populasi predator turun maka jumlah populasi akan cenderung naik atau tetap.

Dinamika yang bisa pelajari dari parameter yang diberikan pada kasus ini, pada waktu tertentu, faktor yang mempengaruhi besar untuk menekan jumlah populasi hama adalah predator dan pestisida. Karena pada kasus ini, jumlah predator lebih besar dibandingkan jumlah populasi hama. Selanjutnya, ketika jumlah populasi hama turun maka faktor pestisida sangat dibutuhkan.

PENUTUP

Simpulan

Dari masing-masing kasus pada diagram bifurkasi dibuat potret fase. Untuk melihat kondisi penyebaran hama pada tanaman padi, bisa dilihat dari potret fase berbagai kasus. Dalam hal ini, yang paling mempengaruhi untuk menekan jumlah populasi hama di ekosistem tanaman padi adalah laju interaksi antara hama rentan dan terinfeksi yang mempengaruhi faktor pemangsaan predator, dan efek pemberian pestisida.

Pada penelitian selanjutnya perlu ditambahkan simulasi model dengan pemberian pestisida sebanyak dua kali, maka efek kemampuan pestisida dapat terlihat, walaupun banyak dampak negatif akibat pemberian pestisida secara berlebihan. Sehingga perlu adanya kontrol dalam pemberian pestisida.

DAFTAR PUSTAKA

- Bugg, R.L. and Pickett, C.H., 1998, **Enhancing Biological Control Habitat Management to Promote Natural Enemies of Agricultural Pests**, University of California, California.
- Freedman, H.I., Kuang Yang, 1988., **Uniqueness of Limit Cycle in Gause-Type Model of Predator-Prey Systems**, *Mathematical Biosciences* 88,67-84.
- Gantmacher, F.R., 1959, **The theory of Matrices**, Chelsea Publishing Company, New York.
- Heong, K.L, Saad B., Amor A.L., 1990, **Predation of *Cyrtorhinus lividipennis* Reuter on the green planthopper dan brown planthopper in rice**, *Res Popul Ecol* 32:255-262.
- Jervis, M. and N Kidd, 1996, **Insect Natural Enemies**, Partical Approaches to Their Study and Evaluation Chapman & Hall, London, 49Ip.
- Kalshoven, L. G. E, 1981, **The Pests of Crops in Indonesia**, Jakarta: Ichtiar Baru van Hoeve, 791p.

- Kar, T.K., Ghorai. A., and Jana, S.W., 2012, **Dynamics of Pest and its Predator Model with Disease in the Pest and Optimal Use of Pesticide, Fever Epidemic Through the use**, *American Journal of Theoretical Biology* 310 : 187-198.
- Kuznetsov, Y. A., 1998, **Elements of Applied Bifurcation Theory**, 2nd edition, Springer-Verlag, New York.
- Mawan, A., 2008, **Kemampuan Pemangsaan dan Konsumsi Kepik Predator (Cyrtorhinus lividipennis Reuter (Hemiptera:Miridae) Terhadap Wereng Batang Cokelat (Nilaparvata lugens)**, Skripsi Fakultas Pertanian, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Mc Ewen, F.I. and G.R. Stephenson, 1979, **The Use Significance of Pesticide in The Environment**, A Wiley Interscience Publication, John Wiley and Sons, New York.
- Mianti, I., Sosromarsono S, Imam M., dan Sutarnihardja RTM., 1982, **Biologi Predator Cyrtorhinus lividipennis Reuter dan Pradistimennya Terhadap Wereng Cokelat (Nilaparvata lugens)**, *Penelitian Pertanian* 2(2):56-59.
- Oka I. N., 1995, **Pengendalian Hama Terpadu dan Implementasinya di Indonesia**, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Olsder, G., 1994, **Mathematical System Theory**, Delftse Uitgevers Maatschappi, CW Delft, Netherlands.
- Perko, S., 1991, **Differential Equations and Dynamical Systems**, Texts in Applied Mathematics Vol 7, Springer -Verlag, New York.
- Raini, M. (2007). **Toksikologi pestisida dan penanganan akibat keracunan pestisida**, XVII, 10–18.
- Ross, S. L., 1984, **Differential Equations and Dynamical Systems**, Springer-Verlag, New York.
- Santoso, J. S., 2007, **Peranan Musuh Alami Hama Utama Padi Pada Ekosistem Sawah**, Jurnal Inovasi Pertanian, *Jurnal pertanian* Vol 6 1-10.
- Se, B., Made, I., & Mejaya, J. (2014). **Wereng Cokelat sebagai Hama Global Bernilai Ekonomi Tinggi dan Strategi Pengendaliannya**. *IPTEK TANAMAN PANGAN*, 9(1), 1–12.
- Verchulst, F., 1990, **Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Wiggins, S., 2003, **Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos**, second edition, Springer-Verlag, New York.