

## PESAWAT PENGANGKAT BEBAN

FATAHILLAH

[kusmayadi.kusmayadi@yahoo.com](mailto:kusmayadi.kusmayadi@yahoo.com)

Program Studi Pendidikan Fisika

Fakultas Teknik, Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Indraprasta PGRI

**Abstrak.** Hukum yang paling dasar dalam semesta ini adalah hukum kekekalan energi, dimana mengenai hukum-hukum lainnya hanya merupakan turunan dari hukum dasar tersebut. Berdasarkan sifat ini penulis mencoba untuk mendayagunakan hukum-hukum kekekalan energi sehingga dapat bermanfaat bagi kepentingan kehidupan umat manusia (teknologi) khususnya membuat pesawat pengangkat beban berat seperti konstruksi katrol dibawah ini. Dimana dengan konstruksi ini penulis dapat melipatgandakan gaya tarik beban menjadi gaya pengangkat beban.

Kata Kunci: Merencana pelipat ganda gaya angkat beban, Crown block dan Travelling block.

### PENDAHULUAN

Pada artikel ini akan ditampilkan piranti pengangkat beban berat dimana dengan menggunakan gaya tarik yang cukup kecil kita dapat mengangkat beberapa beban berat lain nya. Persoalan lainnya kasus seperti ini belum pernah disinggung di beberapa literatur mata kuliah fisika, baik itu karangan Resnick Halliday, Sear Zemansky, Alonso Finn maupun Richard P Feynmann, terkecuali pada mata kuliah “Mesin Disain” pada program studi Teknik Mesin dan Teknik Sipil.

Dengan sedikit mengembangkan konsep-konsep dasar dari momen gaya, momen inersial, hukum kekekalan energi dan kerja serta fungsi katrol sebagai pesawat pengangkat beban.

### PEMBAHASAN

#### Pesawat Pengangkat Beban

Pesawat pengangkat beban terdiri dari 2 bagian yang saling bekerja sama, yaitu bagian atas yang dinamakan Crown Block dan bagian bawah yang dinamakan Travelling block.

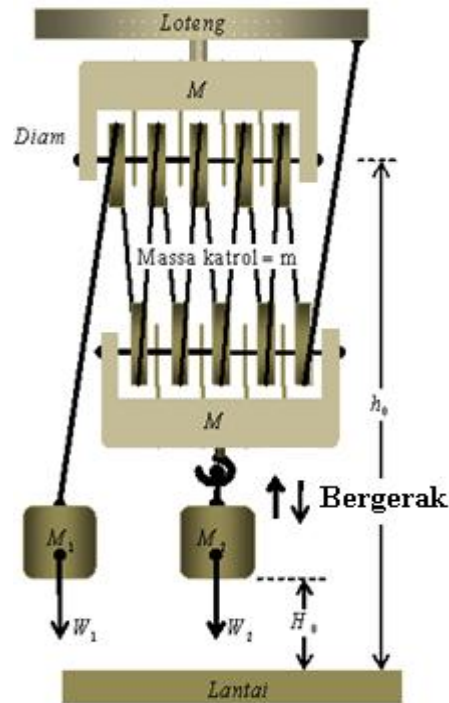
#### Crown Block Dan Travelling Block

Dibawah ini terdapat sepasang piranti pengangkat berkatrol lima yang terdiri atas dua bagian, yaitu : Piranti diam yang terletak diatas (Crown Block = CB) dalam posisi tergantung diloteng dan Piranti bergerak yang terletak dibawah (Traveling Block = TB), yang dapat bergerak turun/naik untuk menurunkan/menaikkan beban, bila massa beban =  $M_2$  kg, massa masing-masing piranti pengangkat Crown Block (CB) dan Traveling Block (TB) adalah  $M$  kg yang dilengkapi oleh 5 buah katrol masing-masing bermassa  $m$  kg. Disebelah kiri piranti pengangkat Crown Block (CB) digantungkan beban bermassa  $M_1$  kg yang berfungsi untuk mengangkat beban  $M_2$  kg.

Dengan persyaratan tertentu antara besar gaya tarik  $F = M_1g$  satuan dengan piranti Traveling Block (TB) dan beban  $M_2$ , sehingga dapat ditentukan bagaimana beban  $M_2$  bergerak naik/turun dengan percepatan atau dengan laju kecepatan konstan.

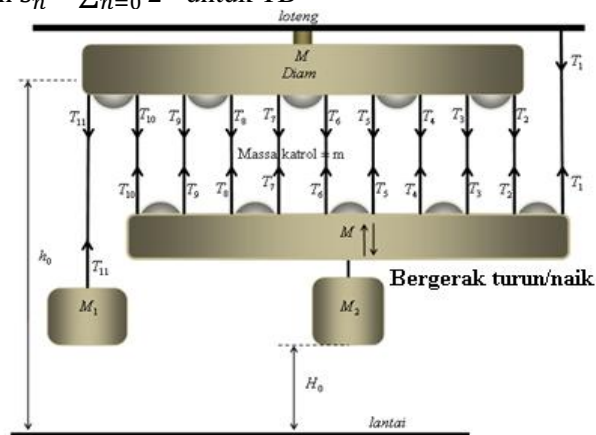
Untuk keperluan ini diperlukan 2 tinjauan, yaitu :

- (1). Tinjauan lintasan putaran katrol (roda pejal) adalah berupa deret  $s_n = \sum_{n=1}^n 2^n$  untuk CB dan  $s_n = \sum_{n=0}^{n-1} 2^n$  untuk TB
- (2). Tinjauan dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik untuk menghitung besar gaya tegangan tali, laju percepatan dan persyaratan gaya tarik  $F = M_1g$  terhadap beban  $M_2$



**Tinjauan 1 :**

Dengan menggunakan gambar bantuan (gambar identik) dibawah ini maka dapat dirinci panjang lintasan putaran masing-masing katrol pada piranti CB dan TB yang ternyata berbentuk deret yang nilainya sebagai fungsi dari letak katrol, yaitu :  $s_n = \sum_{n=1}^n 2^n$  untuk CB dan  $s_n = \sum_{n=0}^{n-1} 2^n$  untuk TB



Bukti :

Misal beban  $M_2$  turun sejauh  $h$  satuan, maka Travelling Block (TB) yang bermassa  $(M + 5m)$  ikut turun juga sejauh  $h$  satuan kebawah, sehingga massa total yang turun adalah :  $(M + 5m + M_2)$  dan lintasan nya adalah :

$$s_{(M+5m+M_2)} = h, \text{ maka : } v_{(M+5m+M_2)} = \frac{dh}{dt} = v \text{ dan } a_{(M+5m+M_2)} = \frac{dv}{dt} = a$$

Sehingga :

Katrol 1 :	$s_1 = h,$	$\omega_1 = \omega,$	$\alpha_1 = \alpha$
Katrol 2 :	$s_2 = 2h,$	$\omega_2 = 2\omega,$	$\alpha_2 = 2\alpha$
Katrol 3 :	$s_3 = 2h + h = 3h,$	$\omega_3 = 3\omega,$	$\alpha_3 = 3\alpha$
Katrol 4 :	$s_4 = 2(3h) = 6h,$	$\omega_4 = 6\omega,$	$\alpha_4 = 6\alpha$
Katrol 5 :	$s_5 = 6h + h = 7h,$	$\omega_5 = 7\omega,$	$\alpha_5 = 7\alpha$
Katrol 6 :	$s_6 = 2(7h) = 14h,$	$\omega_6 = 14\omega,$	$\alpha_6 = 14\alpha$
Katrol 7 :	$s_7 = 14h + h = 15h,$	$\omega_7 = 15\omega,$	$\alpha_7 = 15\alpha$
Katrol 8 :	$s_8 = 2(15h) = 30h,$	$\omega_8 = 30\omega,$	$\alpha_8 = 30\alpha$
Katrol 9 :	$s_9 = 30h + h = 31h,$	$\omega_9 = 31\omega,$	$\alpha_9 = 31\alpha$
Katrol 10 :	$s_{10} = 2(31h) = 62h,$	$\omega_{10} = 62\omega,$	$\alpha_{10} = 62\alpha$
Beban $M_1$ :	$s_{M_1} = s_{10} = 62h,$	$v_{M_1} = 62v,$	$a_{M_1} = 62a$

Sehingga pada akhirnya bila TB dan beban  $(M + 5m + M_2)$  turun sejauh  $h$  satuan kebawah, maka massa pengimbang  $M_1$  akan naik sejauh :  $h_{\text{pengimbang } M_1} = 62h$  satuan keatas, dan laju kecepatannya :  $v_{\text{pengimbang } M_1} = 62v$  satuan dan laju percepatannya :

$$a_{\text{pengimbang } M_1} = 62a \text{ satuan.}$$

Secara deret gerakkan dari pasangan kedua piranti pengangkat ini adalah :

$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{10}$
$h$	$2h$	$3h$	$6h$	$7h$	$14h$	$15h$	$30h$	$31h$	$62h$

Kalau dipisahkan antara Travelling Block (TB) dan Crown Block (CB), akan terdapat berturut-turut indeks ganjil dan indeks genap, sehingga :

$$s_{\text{Travelling Block}} = s_{TB} = s_{\text{ganjil}} \text{ dan } s_{\text{Crown Block}} = s_{CB} = s_{\text{genap}}$$

Uraian deretnya adalah :

Travelling Block (TB) :

$$\begin{aligned} s_1 = h &= 2^0 && = \sum_{n=0}^0 2^n \text{ (katrol ke 1 pada TB)} = s_1 \\ s_3 = 3h &= 2^0 + 2^1 && = \sum_{n=0}^1 2^n \text{ (katrol ke 2 pada TB)} = s_2 \\ s_5 = 7h &= 2^0 + 2^1 + 2^2 && = \sum_{n=0}^2 2^n \text{ (katrol ke 3 pada TB)} = s_3 \\ s_7 = 15h &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 && = \sum_{n=0}^3 2^n \text{ (katrol ke 4 pada TB)} = s_4 \\ s_9 = 31h &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 && = \sum_{n=0}^4 2^n \text{ (katrol ke 5 pada TB)} = s_5 \end{aligned}$$

Atau :

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^0 2^n &= s_1 \\ \sum_{n=0}^1 2^n &= s_2 \\ \sum_{n=0}^2 2^n &= s_3 \\ \sum_{n=0}^3 2^n &= s_4 \\ \sum_{n=0}^4 2^n &= s_5 \end{aligned} \right\} \text{ secara umum deret TB adalah : } s_n = \sum_{n=0}^{n-1} 2^n$$

Crown Block (CB) :

$$\begin{aligned} s_2 = 2h &= 2^1 && = \sum_{n=1}^1 2^n \text{ (katrol ke 1 pada CB)} = s_1 \\ s_4 = 6h &= 2^1 + 2^2 && = \sum_{n=1}^2 2^n \text{ (katrol ke 2 pada CB)} = s_2 \\ s_6 = 14h &= 2^1 + 2^2 + 2^3 && = \sum_{n=1}^3 2^n \text{ (katrol ke 3 pada CB)} = s_3 \\ s_8 = 30h &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 && = \sum_{n=1}^4 2^n \text{ (katrol ke 4 pada CB)} = s_4 \\ s_{10} = 62h &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 && = \sum_{n=1}^5 2^n \text{ (katrol ke 5 pada CB)} = s_5 \end{aligned}$$

Atau :

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{n=1}^1 2^n = s_1 \\ \sum_{n=1}^2 2^n = s_2 \\ \sum_{n=1}^3 2^n = s_3 \\ \sum_{n=1}^4 2^n = s_4 \\ \sum_{n=1}^5 2^n = s_5 \end{array} \right\} \text{secara umum deret CB adalah : } s_n = \sum_{n=1}^n 2^n$$

Sehingga menghasilkan bentuk deret sebagai berikut :

$$\text{Travelling Block (TB) : } s_n = \sum_{n=0}^{n-1} 2^n$$

$$\text{Crown Block (CB) : } s_n = \sum_{n=1}^n 2^n$$

## Tinjauan 2 :

Tinjauan ini menggunakan hukum kekekalan energi mekanik dalam mencari hubungan antara gaya tarik  $F = M_1g$  terhadap (massa TB + massa beban  $M_2$ ) =  $(M + 5m + M_2)$ , sehingga terdapat 3 kondisi yaitu beban  $M_2$  akan : (a). Turun dengan percepatan tertentu, (b). Diam ditempat atau bergerak dengan laju kecepatan konstan dan (c). Naik dengan percepatan tertentu.

Untuk ini diperlukan gambar bantuan yang identik seperti gambar dibawah ini. Ada 2 kondisi yang harus ditinjau, yaitu : *Kondisi awal* (keadaan diam) dan *Kondisi bergerak*. Kelompok massa yang bergerak translasi (turun/naik) adalah  $(M + 5m + M_2)$  dan kelompok massa yang bergerak rotasi sebanyak 10 katrol masing-masing bermassa  $m$  kg ( $5m$  kg CB dan  $5m$  kg TB). Massa CB =  $M$  tidak diperhitungkan karena tidak berpengaruh dalam pergerakan apapun (kecuali katrolnya).

Besar gaya tarik yang dibutuhkan adalah :  $F = M_1g$  dan besar gaya berat beban :  $W_2 = (M + 5m + M_2)g$  satuan.

- **Kondisi awal (keadaan diam)**

Energi potensial awal ( $E_{p0}$ ) :

$$E_{p0} = (M + 5m + M_2)gH_0 + M_1gH_0 + 5mgh_0$$

Energi kinetik awal :  $E_{k0} = 0$  (tidak bergerak/masih diam)

Sehingga Energi total awal :

$$\begin{aligned} E_0 &= E_{p0} + E_{k0} = (M + 5m + M_2)gH_0 + M_1gH_0 + 5mgh_0 + 0 \\ &= (M + 5m + M_2)gH_0 + M_1gH_0 + 5mgh_0 \end{aligned}$$

Jadi :

$$E_0 = (M + 5m + M_2)gH_0 + M_1gH_0 + 5mgh_0$$

- **Kondisi bergerak**

Sebagai pedoman perhatikan gambar dibawah ini :

Energi potensial ( $E_p$ ) :

$$\begin{aligned} E_p &= (M + 5m + M_2)g(H_0 - h_{M+5m+M_2}) + M_1g(H_0 + h_{M_1}) + 5mgh_0 \\ &= (M + 5m + M_2)g(H_0 - h) + M_1g(H_0 + 62h) + 5mgh_0 \\ &= \{(M + 5m + M_2)gH_0 + M_1gH_0 + 5mgh_0\} \\ &\quad + 62M_1gh - (M + 5m + M_2)gh \\ &= E_0 - \{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}gh \end{aligned}$$

Atau :

$$E_p = E_0 - \{M + 5m + M_2 - 62M_1\}gh$$

Energi kinetik :

Energi kinetik = Energi kinetik TB + Energi kinetik CB + Energi kinetik  $M_1$

$$\begin{aligned} E_k &= \left(\frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_3^2 + \frac{1}{2}I\omega_5^2 + \frac{1}{2}I\omega_7^2 + \frac{1}{2}I\omega_9^2\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2}I\omega_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_4^2 + \frac{1}{2}I\omega_6^2 + \frac{1}{2}I\omega_8^2 + \frac{1}{2}I\omega_{10}^2\right) + \frac{1}{2}M_1v_{M_1}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1}{2}I(\omega^2 + (3\omega)^2 + (7\omega)^2 + (15\omega)^2 + (31\omega)^2) \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2}I((2\omega)^2 + (6\omega)^2 + (14\omega)^2 + (30\omega)^2 + (62\omega)^2) + \\
 &\quad \frac{1}{2}M_1(62v)^2 \\
 &= \left( \frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1}{2}I(\omega^2 + 9\omega^2 + 49\omega^2 + 225\omega^2 + 961\omega^2) \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2}I(4\omega^2 + 36\omega^2 + 196\omega^2 + 900\omega^2 + 3844\omega^2) + \frac{3844}{2}M_1v^2 \\
 &= \left( \frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1}{2}I(1 + 9 + 49 + 225 + 961)\omega^2 \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2}I(4 + 36 + 196 + 900 + 3844)\omega^2 + \frac{3844}{2}M_1v^2 \\
 &= \left( \frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1245}{2}I\omega^2 \right) + \frac{4980}{2}I\omega^2 + \frac{3844}{2}M_1v^2 \\
 &= \frac{1}{2}(M + 5m + M_2)v^2 + \frac{1245+4980}{2}I\omega^2 + \frac{3844}{2}M_1v^2 \\
 &= \frac{1}{2}(M + 5m + M_2 + 3844M_1)v^2 + \frac{46225}{2} \frac{1}{2}mr^2 \frac{v^2}{r^2} \\
 &= \frac{1}{2}(M + 5m + M_2 + 3844M_1)v^2 + \frac{46225}{4}mv^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( M + \left( 5 + \frac{46225}{2} \right) m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( M + \left( \frac{10+46225}{2} \right) m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2
 \end{aligned}$$

Atau :

$$E_k = \frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2$$

Sehingga energi total saat travelling block bergerak adalah :

$$E = E_p + E_k$$

$$= E_0 - \{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}gh + \frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2$$

Menurut hukum kekekalan energi :

Energi total saat awal = Energi total saat bergerak, atau :  $E_0 = E$

Atau :

$$E_0 = E_0 - \{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}gh + \frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2$$

Atau :

$$\{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}gh = \frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2$$

Atau :

$$\frac{1}{2} \left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2 = \{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}gh$$

$$\left( M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1 \right) v^2 = 2g\{(M + 5m + M_2) - 62M_1\}h$$

$$v^2 = 2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} h, \text{ dimana : } M + 5m + M_2 - 62M_1 > 0$$

Akan ada 3 kemungkinan, yaitu :

(a).  $M + 5m + M_2 - 62M_1 > 0$ , atau :  $62M_1 < M + 5m + M_2$ , sehingga :

$$M_1 < \frac{M+5m+M_2}{62}$$

Kondisi ini menyebabkan travelling block  $(M + 5m + M_2)$  bergerak kebawah dengan laju percepatan  $a$  satuan dan beban  $M_1$  bergerak keatas dengan laju percepatan  $a_1 = 62 a$  satuan.

(b).  $M + 5m + M_2 - 62M_1 = 0$ , atau :  $62M_1 = M + 5m + M_2$ , sehingga:

$$M_1 = \frac{M+5m+M_2}{62}$$

Kondisi ini menyebabkan travelling block ( $M + 5m + M_2$ ) dan beban  $M_1$  tidak bergerak atau bergerak dengan laju konstant keatas/kebawah karena laju percepatan = 0.

(c).  $M + 5m + M_2 - 62M_1 < 0$ , atau :  $M + 5m + M_2 < 62M_1$ , sehingga :

$$M_1 > \frac{M+5m+M_2}{62}$$

Kondisi ini menyebabkan travelling block ( $M + 5m + M_2$ ) bergerak keatas (berlawanan dengan pemisalan awal) dengan laju percepatan  $a$  satuan dan beban  $M_1$  bergerak kebawah dengan laju percepatan  $a_1 = 62 a$  satuan.

(a). **Kemungkinan pertama :**

$$M_1 < \frac{M+5m+M_2}{62}$$

$$v^2 = 2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} h$$

Atau :

$$v = h^{\frac{1}{2}} \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}, \text{ dimana : } v = \frac{dh}{dt}$$

Atau :

$$\frac{dh}{dt} = h^{\frac{1}{2}} \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}$$

Atau :

$$h^{-\frac{1}{2}} dh = dt \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}$$

Sehingga :

$$\int h^{-\frac{1}{2}} dh = \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}} \int dt$$

Menghasilkan :

$$2h^{\frac{1}{2}} + C = t \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}, \text{ karena : } C = 0, \text{ maka :}$$

$$2h^{\frac{1}{2}} = t \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}$$

Atau :

$$h^{\frac{1}{2}} = t \frac{1}{2} \sqrt{2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}}$$

Sehingga :

$$h = \frac{1}{4} \left( 2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} t^2 \right), \text{ maka :}$$

$$v = \frac{dh}{dt} = \frac{1}{4} \frac{d}{dt} \left( 2g \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} t^2 \right) = g \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) t$$

Dan :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( g \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) t \right) = \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) g$$

Jadi laju percepatan travelling block ( $M + 5m + M_2$ ) meluncur kebawah adalah :

$$a = \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) g$$

Bertolak dari sini dapat dihitung masing-masing tegangan tali, yaitu :

$T_1 < W_2$ , dimana :  $W_2 = (M + 5m + M_2)g$  meluncur kebawah dengan laju

percepatan :

$$W_2 - T_1 = (M + 5m + M_2)a$$

Maka :

$$\begin{aligned} T_1 &= W_2 - (M + 5m + M_2)a = (M + 5m + M_2)g - (M + 5m + M_2)a \\ &= (M + 5m + M_2)(g - a) \end{aligned}$$

- **Jadi :**

$$T_1 = (M + 5m + M_2)(g - a)$$

$T_1 > T_2$ , maka besarnya momen gaya :

$$(T_1 - T_2)r = \tau_1 = I\alpha_1 = I\alpha = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{a}{r} = \frac{1}{2}mra$$

$$-T_1 + T_2 = -\frac{1}{2}ma$$

$$T_2 = T_1 - \frac{1}{2}ma$$

- **Jadi :**

$$T_2 = T_1 - \frac{1}{2}ma$$

$$T_2 > T_3, \text{ maka : } (T_2 - T_3)r = \tau_2 = I\alpha_2 = I(2\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{2a}{r} = mra$$

$$T_2 - T_3 = ma$$

$$T_3 = T_2 - ma$$

- **Jadi :**

$$T_3 = T_2 - ma$$

$$T_3 > T_4, \text{ maka : } (T_3 - T_4)r = \tau_3 = I\alpha_3 = I(3\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{3a}{r} = \frac{3}{2}mra$$

$$T_3 - T_4 = \frac{3}{2}ma$$

$$T_4 = T_3 - \frac{3}{2}ma$$

- **Jadi :**

$$T_4 = T_3 - \frac{3}{2}ma$$

$$T_4 > T_5, \text{ maka : } (T_4 - T_5)r = \tau_4 = I\alpha_4 = I(6\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{6a}{r} = 3mra$$

$$T_4 - T_5 = 3ma$$

$$T_5 = T_4 - 3ma$$

- **Jadi :**

$$T_5 = T_4 - 3ma$$

$$T_5 > T_6, \text{ maka : } (T_5 - T_6)r = \tau_5 = I\alpha_5 = I(7\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{7a}{r} = \frac{7}{2}mra$$

$$T_5 - T_6 = \frac{7}{2}ma$$

$$T_6 = T_5 - \frac{7}{2}ma$$

- **Jadi :**

$$T_6 = T_5 - \frac{7}{2}ma$$

$$T_6 > T_7, \text{ maka : } (T_6 - T_7)r = \tau_6 = I\alpha_6 = I(14\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{14a}{r} = 7mra$$

$$T_6 - T_7 = 7ma$$

$$T_7 = T_6 - 7ma$$

- **Jadi :**

$$T_7 = T_6 - 7ma$$

$$T_7 > T_8, \text{ maka : } (T_7 - T_8)r = \tau_7 = I\alpha_7 = I(15\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{15a}{r} = \frac{15}{2}mra$$

$$T_7 - T_8 = \frac{15}{2}ma$$

$$T_8 = T_7 - \frac{15}{2}ma$$

- **Jadi :**

$$T_8 = T_7 - \frac{15}{2}ma$$

$$T_8 > T_9, \text{ maka : } (T_8 - T_9)r = \tau_8 = I\alpha_8 = I(30\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{30a}{r} = 15mra$$

$$T_8 - T_9 = 15ma$$

$$T_9 = T_8 - 15ma$$

- **Jadi :**

$$T_9 = T_8 - 15ma$$

$$T_9 > T_{10}, \text{ maka : } (T_9 - T_{10})r = \tau_9 = I\alpha_9 = I(31\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{31a}{r} = \frac{31}{2}mra$$

$$T_9 - T_{10} = \frac{31}{2}ma :$$

$$T_{10} = T_9 - \frac{31}{2}ma$$

- **Jadi :**

$$T_{10} = T_9 - \frac{1}{2}ma$$

$$T_{10} > T_{11}, \text{ maka : } (T_{10} - T_{11})r = \tau_{10} = I\alpha_{10} = I(62\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{62a}{r} = 31mra$$

$$T_{10} - T_{11} = 31ma$$

$$T_{11} = T_{10} - 31ma$$

- **Jadi :**

$$T_{11} = T_{10} - 31ma$$

- (b). **Kemungkinan kedua :  $M + 5m + M_2 - 62M_1 = 0$ , maka :**

$$a = \left(\frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}\right)g = \left(\frac{0}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1}\right)g = 0$$

Sehingga :

$$T_1 = (M + 5m + M_2)(g - 0) = (M + 5m + M_2)g$$

$$T_2 = T_1 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_3 = T_2 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_4 = T_3 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_5 = T_4 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_6 = T_5 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_7 = T_6 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_8 = T_7 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_9 = T_8 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_{10} = T_9 - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

$$T_{11} = T_{10} - \frac{1}{2}m(0) = T_1 - 0 = T_1$$

- (c). **Kemungkinan ketiga :  $M + 5m + M_2 - 62M_1 < 0$ , maka :  $62M_1 > M + 5m + M_2$**



$$\text{Atau : } M_1 > \frac{M+5m+M_2}{62}$$

Kemungkinan ini menyebabkan piranti TB bersama beban  $(M + 5m + M_2)$  tidak bergerak kebawah, melainkan bergerak keatas karena ditarik oleh gaya  $F = M_1g$  sehingga percepatannya bergerak keatas, yaitu :

$$a = \left( \frac{62M_1 - M - 5m - M_2}{M + \frac{46235}{2}m + M_2 + 3844M_1} \right) g$$

Bertolak dari sini dapat dihitung masing-masing tegangan tali, yaitu :

$T_1 > W_2$ , dimana :  $W_2 = (M + 5m + M_2)g$  meluncur keatas dengan laju percepatan :

$$T_1 - W_2 = (M + 5m + M_2)a$$

Maka :

$$\begin{aligned} T_1 &= W_2 + (M + 5m + M_2)a = (M + 5m + M_2)g + (M + 5m + M_2)a \\ &= (M + 5m + M_2)(g + a) \end{aligned}$$

• **Jadi :**

$$T_1 = (M + 5m + M_2)(g + a)$$

$T_2 > T_1$ , sehingga besarnya momen gaya :

$$(T_2 - T_1)r = \tau_1 = I\alpha = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{a}{r} = \frac{1}{2}mra$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2}ma$$

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2}ma$$

• **Jadi :**

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2}ma$$

$T_3 > T_2$ , sehingga besarnya momen gaya :

$$(T_3 - T_2)r = \tau_2 = I\alpha_2 = I(2\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{2a}{r} = mra$$

$$T_3 - T_2 = ma$$

$$T_3 = T_2 + ma$$

• **Jadi :**

$$T_3 = T_2 + ma$$

$T_4 > T_3$ , sehingga besarnya momen gaya :

$$(T_4 - T_3)r = \tau_3 = I\alpha_3 = I(3\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{3a}{r} = \frac{3}{2}mra$$

$$T_4 - T_3 = \frac{3}{2}ma$$

$$T_4 = T_3 + \frac{3}{2}ma$$

• **Jadi :**

$$T_4 = T_3 + \frac{3}{2}ma$$

$T_5 > T_4$ , sehingga besarnya momen gaya :

$$(T_5 - T_4)r = \tau_4 = I\alpha_4 = I(6\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{6a}{r} = 3mra$$

$$T_5 - T_4 = 3ma$$

$$T_5 = T_4 + 3ma$$

• **Jadi :**

$$T_5 = T_4 + 3ma$$

$T_6 > T_5$ , sehingga besarnya momen gaya :

$$(T_6 - T_5)r = \tau_5 = I\alpha_5 = I(7\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{7a}{r} = \frac{7}{2}mra$$

$$T_6 - T_5 = \frac{7}{2}ma$$

- $$T_6 = T_5 + \frac{7}{2}ma$$
- **Jadi :**  

$$T_6 = T_5 + \frac{7}{2}ma$$

$$T_7 > T_6, \text{ sehingga besarnya momen gaya :}$$

$$(T_7 - T_6)r = \tau_6 = I\alpha_6 = I(14\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{14a}{r} = 7mra$$

$$T_7 - T_6 = 7ma$$

$$T_7 = T_6 + 7ma$$
  - **Jadi :**  

$$T_7 = T_6 + 7ma$$

$$T_8 > T_7, \text{ sehingga besarnya momen gaya :}$$

$$(T_8 - T_7)r = \tau_7 = I\alpha_7 = I(15\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{15a}{r} = \frac{15}{2}mra$$

$$T_8 - T_7 = \frac{15}{2}ma$$

$$T_8 = T_7 + \frac{15}{2}ma$$
  - **Jadi :**  

$$T_8 = T_7 + \frac{15}{2}ma$$

$$T_9 > T_8, \text{ sehingga besarnya momen gaya :}$$

$$(T_9 - T_8)r = \tau_8 = I\alpha_8 = I(30\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{30a}{r} = 15mra$$

$$T_9 - T_8 = 15ma$$

$$T_9 = T_8 + 15ma$$
  - **Jadi :**  

$$T_9 = T_8 + 15ma$$

$$T_{10} > T_9, \text{ sehingga besarnya momen gaya :}$$

$$(T_{10} - T_9)r = \tau_9 = I\alpha_9 = I(31\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{31a}{r} = \frac{31}{2}mra$$

$$T_{10} - T_9 = \frac{31}{2}ma$$

$$T_{10} = T_9 + \frac{31}{2}ma$$
  - **Jadi :**  

$$T_{10} = T_9 + \frac{31}{2}ma$$

$$T_{11} > T_{10}, \text{ sehingga besarnya momen gaya :}$$

$$(T_{11} - T_{10})r = \tau_{10} = I\alpha_{10} = I(62\alpha) = \left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{62a}{r} = 31mra$$

$$T_{11} - T_{10} = 31ma$$

$$T_{11} = T_{10} + 31ma$$
  - **Jadi :**  

$$T_{11} = T_{10} + 31ma$$

**Contoh :**

Bila diketahui :

$M = 15 \text{ kg}$ ,  $m = 3 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \frac{\text{meter}}{\text{detik}^2}$ ,  $M_2 = 6200 \text{ kg} = 6,2 \text{ ton}$  dan  $M_1 = 50 \text{ kg}$ , maka :

1) Kemungkinan pertama :

Percepatan beban meluncur kebawah adalah :

$$a = \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) g = \left( \frac{15+5(3)+6200-62(50)}{15+\frac{46235}{2}(3)+6200+3844(50)} \right) 10 = 0,012 \frac{\text{meter}}{\text{detik}^2}$$

Maka :

- $T_1 = (M + 5m + M_2)(g - a) = (15 + 5(3) + 6200)(10 - 0,012)$   
= 62225,24 newton
- $T_2 = T_1 - \frac{1}{2}ma = 62225,24 - 0,018$  = 62225,222 newton
- $T_3 = T_2 - ma = 62224,98 - 3 \times 0,012$  = 62225,186 newton
- $T_4 = T_3 - \frac{3}{2}ma = 62225,186 - \frac{3}{2} \times 0,012$  = 62225,168 newton
- $T_5 = T_4 - 3ma = 62225,168 - 3 \times 3 \times 0,012$  = 62225,060 newton
- $T_6 = T_5 - \frac{7}{2}ma = 62225,060 - \frac{7}{2} \times 3 \times 0,012$  = 62224,934 newton
- $T_7 = T_6 - 7ma = 62224,934 - 7 \times 3 \times 0,012$  = 62224,682 newton
- $T_8 = T_7 - \frac{15}{2}ma = 62224,682 - \frac{15}{2} \times 3 \times 0,012$  = 62224,414 newton
- $T_9 = T_8 - 15ma = 62224,414 - 15 \times 3 \times 0,012$  = 62223,874 newton
- $T_{10} = T_9 - \frac{31}{2}ma = 62223,874 - \frac{31}{2} \times 3 \times 0,012$  = 62223,316 newton
- $T_{11} = T_{10} - 31ma = 62223,316 - 31 \times 3 \times 0,012$  = 62222,200 newton

2) Kemungkinan kedua :

$$M + 5m + M_2 - 62M_1 = 0, \text{ atau : } M_1 = \frac{M+5m+M_2}{62} = \frac{15+5(3)+6200}{62} = \frac{6230}{62}, \text{ maka :}$$

$$a = \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) g = \left( \frac{15+5(3)+6200-62\frac{6230}{62}}{15+\frac{46235}{2}(3)+6200+3844\frac{6230}{62}} \right) 10 = 0 \frac{\text{meter}}{\text{detik}^2}$$

Sehingga :

$$T_1 = (M + 5m + M_2)(g - 0) = (15 + 5(3) + 6200)10 = 62300 \text{ newton}$$

$$T_2 = T_1 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = T_7 = T_8 = T_9 = T_{10} = T_{11} = 62300 \text{ newton}$$

3) Kemungkinan ketiga :

$$M + 5m + M_2 - 62M_1 < 0, \text{ atau : } M_1 > \frac{15+5(3)+6200}{62} = \frac{6230}{62}, \text{ atau : } M_1 > \frac{6230}{62}$$

Ambil :  $M_1 = 200$  kg, maka hal menyebabkan piranti TB bersama beban tidak bergerak kebawah, melainkan bergerak keatas karena ditarik oleh gaya  $F = M_1g = 200 \times 10 = 2000$  newton, sehingga percepatannya juga keatas, dengan laju :

$$a = \left( \frac{62M_1-M-5m-M_2}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right) g = \left( \frac{62(200)-15-5(3)-6200}{15+\frac{46235}{2}(3)+6200+3844 \times 200} \right) 10 = 14,61 \frac{\text{meter}}{\text{detik}^2}$$

Sehingga :

$$\bullet T_1 = (M + 5m + M_2)(g + a) = (15 + 5(3) + 6200)(10 + 14,61)$$
  
= 153320,3 newton

$$\bullet T_2 = T_1 + \frac{1}{2}ma = 153320,3 + \frac{1}{2}(3)14,61 = 153342,215 \text{ newton}$$

$$\bullet T_3 = T_2 + ma = 153342,215 + (3)14,61 = 153386,045 \text{ newton}$$

$$\bullet T_4 = T_3 + \frac{3}{2}ma = 153386,045 + \frac{3}{2}(3)14,61 = 153451,790 \text{ newton}$$

$$\bullet T_5 = T_4 + 3ma = 153451,790 + 3(3)14,61 = 153583,280 \text{ newton}$$

$$\bullet T_6 = T_5 + \frac{7}{2}ma = 153583,280 + \frac{7}{2}(3)14,61 = 153736,685 \text{ newton}$$

$$\bullet T_7 = T_6 + 7ma = 153736,685 + 7(3)14,61 = 154043,495 \text{ newton}$$

$$\bullet T_8 = T_7 + \frac{15}{2}ma = 154043,495 + \frac{15}{2}(3)14,61 = 154372,220 \text{ newton}$$

$$\bullet T_9 = T_8 + 15ma = 154372,220 + 15(3)14,61 = 155029,670 \text{ newton}$$

$$\bullet T_{10} = T_9 + \frac{31}{2}ma = 155029,670 + \frac{31}{2}(3)14,61 = 155709,035 \text{ newton}$$

$$T_{11} = T_{10} + 31ma = 155709,035 + 31(3)14,6 = 157067,765 \text{ newton}$$

**PENUTUP**

- A. Bila besar gaya tarik  $F = M_1g$ , dimana :  $M_1 < \frac{M+5m+M_2}{62}$ , maka beban bermassa  $M_2$  akan jatuh dengan laju percepatan :  $a = \left( \frac{M+5m+M_2-62M_1}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right)g$  dan besarnya gaya tegangan talinya adalah :
- $$T_1 = (M + 5m + M_2)(g - a), T_2 = T_1 - \frac{1}{2}ma, T_3 = T_2 - ma, T_4 = T_3 - \frac{3}{2}ma,$$
- $$T_5 = T_4 - 3ma, T_6 = T_5 - \frac{7}{2}ma, T_7 = T_6 - 7ma, T_8 = T_7 - \frac{15}{2}ma,$$
- $$T_9 = T_8 - 15ma, T_{10} = T_9 - \frac{31}{2}ma, T_{11} = T_{10} - 31ma$$
- B. Bila besar gaya tarik  $F = M_1g$ , dimana :  $M_1 = \frac{M+5m+M_2}{62}$ , maka beban bermassa  $M_2$  akan jatuh dengan laju percepatan :  $a = 0$  dan besarnya gaya tegangan talinya adalah :
- $$T_1 = (M + 5m + M_2)(g - 0) = (M + 5m + M_2)g \text{ dan :}$$
- $$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = T_7 = T_8 = T_9 = T_{10} = T_{11}$$
- C. Bila besar gaya tarik  $F = M_1g$ , dimana :  $M_1 > \frac{M+5m+M_2}{62}$ , maka beban bermassa  $M_2$  akan jatuh dengan laju percepatan :  $a = \left( \frac{62M_1-M-5m-M_2}{M+\frac{46235}{2}m+M_2+3844M_1} \right)g$  dan besarnya gaya tegangan talinya adalah :
- $$T_1 = (M + 5m + M_2)(g + a), T_2 = T_1 + \frac{1}{2}ma, T_3 = T_2 + ma, T_4 = T_3 + \frac{3}{2}ma$$
- $$T_5 = T_4 + 3ma, T_6 = T_5 + \frac{7}{2}ma, T_7 = T_6 + 7ma, T_8 = T_7 + \frac{15}{2}ma$$
- $$T_9 = T_8 + 15ma, T_{10} = T_9 + \frac{31}{2}ma, T_{11} = T_{10} + 31ma$$
- D. Dari sini dapat dibangun pesawat angkat beban yang terdiri dari banyak katrol (*n katrol*), sesuai kebutuhan dan konstruksi ini dapat merupakan konstruksi mekanik murni, sehingga biayanya menjadi murah dan pembuatannya menjadi sederhana, sehingga disarankan untuk dapat membuat sendiri (kalau perlu diproduksi) pada bengkel-bengkel atau laboratorium di Universitas terutama pada program studi Teknik Industri UNINDRA.